

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В.ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ЗАДАЧА

МАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС

Ферромагнитный резонанс в монокристалле феррита-граната иттрия

СПЕЦПРАКТИКУМ КАФЕДРЫ МАГНЕТИЗМА

МОСКВА

Для студентов специализации Наносистемы и наноустройства.

## МАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС

Исследуется динамический магнитный эффект: классическая модель спинового генератора.

### *Понятие о резонансе*

Магнитный резонанс, или резонансное поглощение энергии внешнего электромагнитного поля в веществах, относится к явлениям радиочастотной спектроскопии.

При экспериментальном наблюдении магнитного резонанса измерительная аппаратура настраивается на собственную частоту магнитной системы. Такой системой может быть ансамбль магнитных моментов вещества, находящегося как в виде изолированных атомов и молекул, так и в виде конденсированных фаз — жидкостей и кристаллических тел. Собственная частота магнитного ансамбля зависит от условий, в которых он находится, в частности от напряженности магнитного поля. Этим обусловлено наиболее очевидное практическое (применение магнитного резонанса — создание приборов высокой точности для измерения магнитных полей).

Однако наиболее широко методы радиоспектроскопии, такие, как ядерный магнитный резонанс, квадрупольный резонанс, электронный (парамагнитный и ферромагнитный резонанс, применяются при исследовании свойств твердых тел. Используя в качестве «датчиков» магнитные моменты электронов или атомных ядер, можно исследовать очень малые (вплоть до миллионных долей эрстеда) изменения внутренних магнитных полей. Это позволяет выявить недоступные для других методов особенности строения молекул и распределения магнитных полей в кристаллах.

Характер связи между резонансной частотой и внешним магнитным полем зависит как от свойств частиц, так и от свойств среды, в которой эти частицы находятся. Например, важно, обладают или не обладают частицы собственным механическим моментом количества движения. Кроме того, необходимо учитывать взаимодействие между частицами ансамбля.

Объектами изучения в настоящей задаче являются три вида магнитных систем. Резонансные характеристики первой из них полностью соответствуют законам классической механики и электромагнетизма. Во втором и третьем случаях изучаются системы спинов элементарных частиц, для которых строгое описание поведения требует квантовомеханического рассмотрения. Но как будет показано, движение суммарного магнитного момента спиновой системы тоже подчиняется законам классической физики.

В методике исследования явлений магнитного резонанса принципиального различия для разных систем нет, хотя применяемая аппаратура не может быть полностью аналогичной, поскольку собственные частоты этих систем лежат в разных диапазонах (инфразвуковые

частоты при колебаниях массивного стержня, радиодиапазон СВЧ для ферромагнитного резонанса).

### **Основы теории резонанса**

#### *1. Движение магнитного момента во внешнем магнитном поле (классическое рассмотрение)*

Если образец обладает магнитным моментом  $\mu$  и механическим моментом  $J$ , то уравнение его движения во внешнем магнитном поле  $H$  можно получить, приравнявая момент  $[\mu H]$  действующих внешних сил к скорости изменения момента количества движения:

$$d\mathbf{J}/dt = [\mu H] \quad (2.1)$$

Приращение  $d\mathbf{J}/dt$  перпендикулярно как  $\mu$ , так и  $H$ . Решение этого: уравнения при произвольной ориентации вектора  $\mathbf{J}$  довольно сложно. Поэтому ограничимся двумя предельными случаями:

- а) образец не обладает собственным механическим моментом;
- б) образец быстро вращается вокруг своей оси, параллельной магнитному моменту  $\mu$ .

а) Пусть намагниченный стержень с моментом инерции  $L$  относительно оси с  $\mu$  может вращаться вокруг этой оси. Приращение момента импульса возможно только вдоль этой оси, причем необходимо, чтобы внешнее поле  $H$  было (перпендикулярно с. Момент импульса  $\mathbf{J} = L\omega = -Ld\theta/dt$ , где  $\theta$  — угол между  $\mu$  и  $H$ . Тогда (2.1) примет вид

$$Ld^2\theta/dt^2 = -\mu H \sin \theta \quad (2.2)$$

или, при малых  $\theta$ :

$$d^2\theta/dt^2 = -\omega_0^2\theta, \quad (2.3)$$

где

$$\omega_0 = (\mu H / L)^{1/2} \quad (2.4)$$

Таким образом, если нет передачи энергии, например подшипникам, на которых вращается стержень, то происходят гармонические колебания стержня. При трении амплитуда колебаний: уменьшается, и со временем стержень устанавливается параллельно полю. Для поддержания постоянной амплитуды необходимо поступление энергии от внешнего источника. Пусть энергия от него передается стержню в виде осциллирующего магнитного поля

$$H_1(t) = H_1 \cos \omega t, \quad (2.5)$$

перпендикулярного постоянному полю  $H_0$ . Тогда, считая, что затухание пропорционально угловой скорости и что  $\cos\theta \approx 1$ , получим вращающий момент

$$J_{\alpha} = \mu H_1 \cos \omega t. \quad (2.6)$$

Уравнение движения приобретает вид

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \alpha \left( \frac{d\theta}{dt} \right) + \omega_0^2 \theta = \left( \frac{\mu H_1}{L} \right) \cos \omega t. \quad (2.7)$$

Решение этого уравнения для установившегося режима

$$\theta(\omega, t) = \left( \frac{\mu H_1}{L} \right) [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \alpha^2 \omega^2]^{-1/2} \cos(\omega t - \varphi), \quad (2.8)$$

где

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\alpha \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (2.9)$$

Коэффициент затухания  $\alpha$  при первой производной в уравнении движения требует учета фазового сдвига  $\varphi$  между вращающим моментом и угловым смещением. Кроме того, затухание смещает частоту колебаний от  $\omega_0$  к  $\omega'_0$ , где

$$\omega'_0 = (\omega_0^2 - \alpha^2 / 2)^{1/2}. \quad (2.10)$$

Затухание определяет и ширину линии, обычно она характеризуется величиной  $\Delta$  — интервалом между частотами, при которых амплитуда равна половине максимальной. Эта величина пропорциональна  $\alpha$ :

$$\Delta = \alpha \sqrt{3}. \quad (2.11)$$

При резонансе ( $\omega = \omega_0$ ) согласно (2.9) фазовый угол  $\varphi = 90^\circ$ , так что вместо (2.8) имеем

$$\theta(\omega_0, t) = (\mu H_1 / 2\alpha \omega_0) \sin \omega_0 t. \quad (2.12)$$

Полученные соотношения справедливы для однородного внешнего магнитного поля.

б) Если намагниченный стержень обладает собственным моментом импульса  $\mathbf{J}$ , параллельным магнитному моменту, причем  $\mu = \gamma J$ , то из соотношения (2.1) получается

$$d\mu / dt = [\mu \gamma \mathcal{H}_e]. \quad (2.13)$$

Для решения этого уравнения рассмотрим поведение вектора во вращающейся с угловой скоростью  $\boldsymbol{\Omega}$  системе координат с единичными векторами  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ . Тогда

$$\begin{aligned} \frac{d\mu}{dt} &= \mathbf{i} \frac{d\mu_x}{dt} + \mathbf{j} \frac{d\mu_y}{dt} + \mathbf{k} \frac{d\mu_z}{dt} + \\ &+ [\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{i}\mu_x + \mathbf{j}\mu_y + \mathbf{k}\mu_z)] = \frac{\delta\mu}{\delta t} + [\boldsymbol{\Omega}\mu]. \end{aligned} \quad (2.14)$$

При этом уравнение движения вектора  $\boldsymbol{\mu}$  принимает вид

$$\delta\boldsymbol{\mu} / \delta t + [\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\mu}] = [\boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{\mathcal{H}}], \text{ или } \delta\boldsymbol{\mu} / \delta t = [\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\mathcal{H}} + \boldsymbol{\Omega})], \quad (2.15)$$

что равносильно уравнению (2.13) движения вектора  $\boldsymbol{\mu}$  в лабораторной системе координат, если сделать замену

$$\mathbf{H}_e = \mathbf{H} + \boldsymbol{\Omega} / \gamma. \quad (2.16)$$

Так как  $\boldsymbol{\mu}$  — собственный магнитный момент образца, его проекции на оси координатной системы, связанной с образцом, не меняются во времени и  $\delta\boldsymbol{\mu} / \delta t$  равно нулю. В этой системе координат вектор  $\boldsymbol{\mu}$  неподвижен, а относительно лабораторной вращается с угловой скоростью  $\boldsymbol{\Omega} = -\gamma H_0 \mathbf{k}$ . Угловая частота

$$\omega = \boldsymbol{\mathcal{H}}_0 \quad (2.17)$$

называется частотой ларморовской прецессии.

Если кроме постоянного магнитного поля  $\mathbf{H}_0$  на образец действует поле  $\mathbf{H}_1(t)$ , вращающееся в плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{H}_0$ , то условие резонанса примет вид

$$\mathbf{H}_{эф} = i\mathbf{H}_1 + \mathbf{k}(H_0 - \omega / \gamma). \quad (2.18)$$

При выполнении (2.17) согласно (2.18) магнитный момент будет медленно (с частотой  $\omega_1 = \boldsymbol{\mathcal{H}}_1$ ) прецессировать вокруг направления  $\mathbf{H}_1$  во вращающейся с частотой  $\omega = \boldsymbol{\mathcal{H}}_0$  системе координат.

При сравнении выражений (2.4) и (2.17) можно видеть, что в рассмотренных случаях а) и б) резонансная частота по-разному зависит от внешнего магнитного поля.

В случае а) при колебаниях стержня происходит превращение кинетической энергии, пропорциональной  $\omega^2$ , в потенциальную, которая пропорциональна  $H$ , и обратно. Поэтому частота  $\omega$  пропорциональна  $H^{1/2}$ .

В случае (б), когда имеется момент количества движения образца, параллельный его магнитному моменту, происходит прецессия момента. Полная энергия образца сохраняется, но при этом нет превращения кинетической энергии в потенциальную. Частота прецессии пропорциональна моменту действующей силы, т. е. пропорциональна  $H$ . Поэтому частота  $\omega$  пропорциональна  $H$ .

Таким образом, по зависимости резонансной частоты магнитного ансамбля от напряженности поля можно судить о том, обладают ли частицы системы кроме дипольного магнитного момента параллельным ему механическим моментом.

Образец, в котором момент импульса параллелен магнитному моменту, является классическим аналогом элементарной частицы, обладающей спином и магнитным моментом. Чтобы оценить границы применимости результатов, полученных в б), рассмотрим основы квантовой теории резонанса в спиновых системах.

## 2. Квантовомеханическое рассмотрение магнитного резонанса

Элементарная частица обладает полным магнитным моментом  $\boldsymbol{\mu}$  и полным моментом импульса  $\mathbf{J}$ . Эти векторы параллельны и связаны соотношением

$$\boldsymbol{\mu} = \gamma \mathbf{J} \quad (2.19)$$

где  $\gamma$  — гиромагнитное отношение — скалярная величина, характеризующая частицу.

В квантовой механике величинам  $\boldsymbol{\mu}$  и  $\mathbf{J}$  соответствуют векторные операторы  $\hat{\boldsymbol{\mu}}$  и  $\hat{\mathbf{J}}$ , причем  $\hat{\mathbf{J}} = \hbar \hat{I}$  ( $\hat{I}$  — безразмерный оператор момента импульса такой, что имеет собственные значения  $I(I+1)$ , где  $I$  — целое или полуцелое число). Включение магнитного поля  $\mathbf{H}$  приводит к тому, что микрочастица приобретает дополнительную энергию  $-(\boldsymbol{\mu}\mathbf{H})$  (зеemanовское расщепление уровней). В этом случае гамильтониан имеет вид

$$\hat{\mathcal{H}} = -\hat{\boldsymbol{\mu}}\mathbf{H} \quad (2.20)$$

Считая, что постоянное магнитное поле  $H_0$  совпадает по направлению с осью  $z$  выбранной системы координат, получаем

$$\hat{\mathcal{H}} = -\gamma \hbar H_0 \hat{I}_z, \quad (2.21)$$

собственными значениями этого гамильтониана являются произведения

$$E = -\gamma \hbar H_0 m, \quad (2.22)$$

где  $m = I, I-1, \dots, -I$  — собственные значения оператора. Учитывая, что  $\Delta m = \pm 1$  (правило отбора), энергия возможного перехода между уровнями равна  $\Delta E_0 = \gamma \hbar H_0$ . Чтобы обнаружить существование такой системы уровней, необходимо внешнее воздействие, вызывающее (переходы между ними). Закон сохранения энергии выполняется, если это взаимодействие изменяется во времени с угловой частотой  $\omega$ , определяемой соотношением  $\hbar \omega = \Delta E$ . Таким образом,

$$\omega = \gamma H_0 \quad (2.23)$$

Поскольку в условии резонанса (2.23) не входит постоянная Планка, явление магнитного резонанса допускает классическую интерпретацию.

## 3. Уравнение движения спиновой намагниченности ансамбля

С помощью уравнения (2.21) можно вычислить производные по времени от средних значений  $\mu_x, \mu_y, \mu_z$ . Поскольку компоненты оператора  $\hat{I}$  не зависят явно от времени, для них справедливы уравнения вида

$$\frac{dI_x}{dt} = \left(\frac{i}{\hbar}\right) [\hat{\mathcal{H}}, \hat{I}_x], \quad (2.24)$$

где  $[\hat{\mathcal{H}}, \hat{I}_x]$  - обычный коммутатор  $\hat{\mathcal{H}} \hat{I}_x - \hat{I}_x \hat{\mathcal{H}}$ , а  $d\hat{I}_x/dt$  - оператор, смысл которого определяется равенством

$$\int \Phi^* \frac{dI_x}{dt} \Psi d\tau = \frac{d}{dt} \int \Phi^* \hat{I}_x \Psi d\tau,$$

причем  $\Phi(t)$  и  $\Psi(t)$  — волновые функции, являющиеся решением одного и того же уравнения Шредингера:

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{\mathcal{H}} \Psi; \quad -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \hat{\mathcal{H}} \Phi.$$

С учетом коммутационных соотношений

$$[\hat{I}_x, \hat{I}_y] = i\hat{I}_z; \quad [\hat{I}_z, \hat{I}_x] = i\hat{I}_y; \quad [\hat{I}_y, \hat{I}_z] = i\hat{I}_x,$$

получим

$$\frac{dI_x}{dt} = \left(\frac{i}{\hbar}\right) [\hat{\mathcal{H}}, \hat{I}_x] = -\gamma H i [\hat{I}_z, \hat{I}_x] = \gamma H \hat{I}_y.$$

Аналогичным образом

$$\frac{d\hat{I}_y}{dt} = -\gamma H \hat{I}_x; \quad \frac{dI_z}{dt} = 0.$$

Эти уравнения являются компонентами векторного операторного уравнения

$$\frac{d\hat{\mathbf{I}}}{dt} = [\hat{\mathbf{I}} \times \gamma \mathbf{H}].$$

Производя усреднение и учитывая, что  $\boldsymbol{\mu} = \gamma \hbar \hat{\mathbf{I}}$ , получаем уравнение для среднего значения магнитного момента

$$\frac{d\langle \boldsymbol{\mu} \rangle}{dt} = [\langle \boldsymbol{\mu} \rangle \times \gamma \mathbf{H}]. \quad (2.25)$$

Это уравнение движения для изолированного момента. Если ансамбль содержит  $n$  спинов с моментами  $\boldsymbol{\mu}_k$  для  $k$ -го спина, то полный магнитный момент  $\boldsymbol{\mu}$ , равен  $\sum_{k=1}^n \boldsymbol{\mu}_k$ .

Если спины не взаимодействуют друг с другом, то (2.25) справедливо для среднего значения полного магнитного момента. Так как экспериментально наблюдаемая величина намагниченности представляет собой именно среднее значение полного магнитного момента, то уравнение (2.25) правильно описывает динамику намагниченности, если



пренебречь межспиновыми взаимодействиями, которые препятствуют согласованному (когерентному) движению магнитных моментов ансамбля. Уравнение (2.25) соответствует классическому равенству (2.13) между моментами действующих сил и скоростью изменения момента количества движения.

Таким образом, соотношения, полученные ранее на основе классических представлений, совпадают с результатами более строгого квантовомеханического рассмотрения, если в последнем не учитывается взаимодействие спинов между собой и с решеткой.

#### 4. Спин-спиновое и спин-решеточное взаимодействия. Возможность наблюдения резонанса

Выражениями (2.4) и (2.5) фактически определена возможность наблюдения *единичного* акта поглощения или испускания кванта энергии. Без учета взаимодействия спинов вероятность поглощения кванта энергии равна вероятности его стимулированного излучения. Тогда за конечный промежуток времени наблюдения суммарное поглощение энергии внешнего источника равно нулю.

Чтобы определить роль взаимодействия с решеткой, рассмотрим вначале простой случай не зависящих от времени вероятностей перехода, когда какие-либо физические процессы нарушают когерентность прецессии вокруг направления  $\mathbf{H}_1$  во вращающейся системе координат.

Во внешнем магнитном поле энергия частицы со спином  $I=1/2$  расщепляется на два уровня, расстояние между которыми равно  $\Delta E = \gamma \hbar H_0$ . Эти уровни соответствуют ориентации спинового момента по полю и против поля, т. е. случаям, когда проекция  $m$  спина на направление поля равна  $1/2$  или  $-1/2$ . Скорость поглощения энергии спиновой системой определяется разностью между числом квантов, поглощенных при переходе с нижнего уровня на верхний, и числом квантов, излученных вследствие обратного перехода. Вероятности  $W$  этих переходов равны, так что

$$dE / dt = N_+ W \hbar \omega - N_- W \hbar \omega = \hbar \omega W n \quad (2.26)$$

(  $n = N_+ - N_-$ ,  $N = N_+ + N_-$  — полное число спинов на обоих уровнях,  $N_+$  и  $N_-$  — населенность нижнего и верхнего уровня, соответственно). Изменение избыточной населенности

$$dn / dt = -2Wn \quad (2.27)$$

приводит к тому, что по истечении времени  $t$  она равна

$$n(t) = n(0)e^{-2Wt}. \quad (2.28)$$

Таким образом,  $n \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$  и резонансное поглощение прекратится, если нет какого-то взаимодействия, обеспечивающего стабильную разность населенностей, например создающего условия, при которых переходы из нижнего состояния в верхнее происходят медленнее обратных переходов. Для этого необходим некий «резервуар», отводящий тепло от спиновой системы (иначе в ней будет накапливаться энергия). Передача энергии «резервуару» возможна, пока отношение населенностей  $N_- / N_+$  не достигнет некоторой величины  $N_-^0 / N_+^0$ , удовлетворяющей условию равновесия

$$\frac{N_-^0}{N_+^0} = e^{-\frac{\Delta E}{kT}} = e^{-\frac{\gamma \hbar H_0}{kT}} \quad (2.29)$$

при температуре «резервуара»  $T$ .

Скорость изменения населенностей в отсутствие внешнего поля, обусловленная тепловым контактом с «резервуаром» (решеткой или другой спиновой системой), определяется уравнением

$$\frac{dN}{dt} = N_- W_{\downarrow} - N_+ W_{\uparrow}, \quad (2.30)$$

где в соответствии с (2.29)  $W_{\uparrow}$  не равно  $W_{\downarrow}$  (иначе в стационарном состоянии, когда  $dN_+ / dt = 0$ , было бы  $N_-^0 / N_+^0 = 1$ ). Таким образом,

$$\frac{dn}{dt} = \frac{(n_0 - n)}{T_1}, \quad (2.31)$$

где

$$n_0 = N \left( \frac{W_{\downarrow} - W_{\uparrow}}{W_{\downarrow} + W_{\uparrow}} \right); \quad \frac{1}{T_1} = (W_{\uparrow} - W_{\downarrow}). \quad (2.32)$$

Решая (2.31), получим

$$n = n_0 + A e^{-t/T_1}. \quad (2.33)$$

Таким образом,  $n_0$  — это определяемая температурой «резервуара» равновесная населенность, скорость достижения которой определяется величиной  $T_1$  — *временем спин-решеточной релаксации*.

При наложении внешнего переменного поля скорость изменения населенностей определяется из (2.31) и (2.27):

$$\frac{dn}{dt} = -2Wn + \frac{(n_0 - n)}{T_1}. \quad (2.34)$$

В стационарном состоянии, когда  $dn/dt=0$ , получим

$$n = \frac{n_0}{(1 + 2WT_1)}. \quad (2.35)$$

Тогда скорость поглощения энергии

$$\frac{dE}{dt} = n \hbar \omega W = n_0 \hbar \omega \frac{W}{(1 + 2WT_1)}. \quad (2.36)$$

При экспериментальном наблюдении резонанса вероятность перехода  $W$  пропорциональна квадрату амплитуды внешнего переменного поля. Тогда в соответствии с (2.36) возможно *насыщение* резонансного поглощения: при  $WT_1 \ll 1$  наблюдаемый сигнал; растет с ростом амплитуды, а при нарушении этого условия рост сигнала прекращается, так что отношение амплитуды сигнала к амплитуде поля начинает уменьшаться.

Обсуждая соотношение (2.26) — (2.36), мы рассматривали не зависящие от времени вероятности перехода, которые без учета взаимодействия с решеткой приводили к простому выравниванию населенностей уровней (см. (2.28)), а с учетом его — к равновесной разности заселенностей ((2.29).

Выражением (2.33) определяется скорость перехода в состояние, при котором число спинов на нижнем уровне (т. е. ориентированных по полю  $H_0 \parallel z$ ) больше числа спинов на верхнем уровне. Поскольку намагниченность образца в направлении поля  $I_z$  равна  $1/2\gamma \hbar n$ , формулу (2.31) можно представить в виде

$$dI_z / dt = (I_0 - I_z) / T_1, \quad (2.37)$$

где  $I_0$  — равновесное значение намагниченности, выражаемое через величину постоянного магнитного поля  $H_0$  и восприимчивость  $\chi_0$ :

$$I_0 = \chi_0 H_0 \quad (2.38)$$

С учетом (2.37) и того, что (2.28) справедливо для полной намагниченности, имеем

$$dI_z / dt = (I_0 - I_z) / T_1 + \gamma[\mathbf{IH}] \quad (2.39)$$

Компоненты по осям  $x$ ,  $y$  в состоянии теплового равновесия исчезают, так как  $I$  ориентируется параллельно  $\mathbf{H}_0$ , т. е.

$$dI_x / dt = \gamma[\mathbf{IH}]_x - I_x / T_2, \quad (2.40)$$

$$dI_y / dt = \gamma[\mathbf{IH}]_y - I_y / T_2, \quad (2.41)$$

Здесь  $T_2$  — так называемое время поперечной и (в отличие от продольной —  $T_1$ ) релаксации, характерное для скорости затухания поперечных ( $x$  и  $y$ ) компонент намагниченности. Это затухание обусловлено нарушением когерентности фаз прецессирующих спинов вследствие взаимодействия спинового момента с магнитным полем, созданным другими спинами. Таким образом,  $T_2$  характеризует величину спин-спинового взаимодействия.

Уравнения (2.39) — (2.41) введены Блохом. Они справедливы и в более общем случае, когда поле  $H$  зависит от времени. Их решение при  $\mathbf{H}(t) = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1 \cos \omega t$  ( $|\mathbf{H}_1| \ll |\mathbf{H}_0|$ ) дает выражения для составляющих намагниченности

$$I_x = \chi_0 \omega_0 T_2^2 (\omega_0 - \omega) H_1 / (1 + (\omega - \omega_0)^2 T_2^2),$$

$$I_y = \chi_0 \omega_0 T_2 H_1 / (1 + (\omega_0 - \omega)^2 T_2^2),$$

которым соответствуют действительная и мнимая компоненты восприимчивости образца

$$\chi' = (\chi_0 / 2) \omega_0 T_2^2 (\omega_0 - \omega) / (1 + (\omega - \omega_0)^2 T_2^2), \quad (2.42)$$

$$\chi'' = (\chi_0 / 2) \omega_0 T_2 / (1 + (\omega - \omega_0)^2 T_2^2). \quad (2.43)$$

Введение образца изменяет индуктивность и сопротивление резонатора. Изменение индуктивности определяется действительной составляющей (2.42) комплексной проницаемости, а изменение сопротивления — мнимой (2.43). В зависимости от настройки измерительной аппаратуры регистрируется либо сигнал поглощения (уменьшение амплитуды), либо сигнал дисперсии. Поглощение соответствует уменьшению амплитуды электромагнитных колебаний вследствие увеличения потерь в резонаторе при росте его активного сопротивления.

### *Экспериментальная часть*

При исследовании магнитного резонанса очень важно добиться по возможности максимальной однородности внешнего магнитного поля. В противном случае условие резонанса (2.9) для разных участков магнитного стержня (или (2.17) для разных областей спиновой магнитной системы) выполняется при различных частотах, что приводит к уширению линии, которое не отражает особенности изучаемой системы или качество измерительного комплекса.

Для образца, не обладающего собственным механическим моментом, мы уже отмечали возможность сдвига резонансной частоты (уравнение (2.10)) при вынужденных колебаниях. Имеет место подобный сдвиг и в спиновых системах. В ядерном резонансе он приводит к так называемой естественной ширине линии, которая пропорциональна амплитуде возбуждающего поля ВЧ. Поэтому амплитуду поля высокой частоты выбирают такой, чтобы естественная ширина линии не превышала расширение сигнала, обусловленное другими эффектами (например, спин-спиновым взаимодействием, которое приводит к разупорядочению ориентации спиновых магнитных моментов и проявляется так же, как неоднородность внешнего поля). Существенную роль играет время спин-решеточной релаксации. Если оно велико, то в соответствии с (2.36) улучшить отношение сигнала к шуму путем повышения амплитуды возбуждающего поля невозможно. В таких случаях измерения

ведут при малой амплитуде переменного поля, или, если возможно, искусственно уменьшают время релаксации (например, эффективно добавление парамагнитных ионов при исследовании резонанса протонов в воде).

Следует принимать во внимание возможность наложения локальных полей на внешнее магнитное поле или изменение его величины и ориентации в объеме исследуемого ансамбля. Поэтому в выведенных соотношениях, например (2.17), нужно заменить  $H$  эффективным толем  $H_{эф}$ , учитывающим как изменение величины магнитного поля, так и другие взаимодействия элементарной частицы, приводящие к расщеплению ее уровней энергии в магнитном поле, т. е. изменяющие энергию разрешенных переходов.

Особенно резко это проявляется в ферромагнетиках, где для определения  $H_{эф}$  надо знать зависящую от ориентации намагниченности часть свободной энергии кристалла, которая в общем случае может быть представлена суммой

$$E = E_0 + E_p + E_a + E_{м.у.} + E_{обм} + E_D \quad (2.44)$$

где  $E_0$  — энергия взаимодействия с внешним полем,  $E_p$  — энергия размагничивающего поля поверхностных магнитных «зарядов»,  $E_a$  — энергия кристаллографической магнитной анизотропии, зависящей от углов между намагниченностью и главными осями кристалла,  $E_{м.у.}$  — магнитоупругая энергия,  $E_{обм}$  — обменная энергия, связанная с пространственной неоднородностью намагниченности в кристалле,  $E_D$  — энергия доменных границ.

Приведенное в (2.44) многообразие параметров, определяющих эффективное поле, иллюстрирует как трудности интерпретации результатов исследования наугад выбранного образца, так и богатые возможности получения информации с помощью ферромагнитного резонанса, если образец и условия эксперимента выбираются такими, что часть указанных параметров можно не учитывать.

Например, в сильном внешнем поле образец становится однодоменным — можно не учитывать  $E_D$ . Если образец сферический, то анизотропия формы отсутствует и влияние  $E_p$  одинаково по всем направлениям. В тонких металлических пленках или же в образцах с малой электропроводностью (ферромагнитных полупроводниках — ферритах) можно пренебречь пространственной неоднородностью намагниченности и потому не учитывать  $E_{обм}$ . Обратив особое внимание на снятие упругих напряжений при изготовлении образца, можно не учитывать  $E_{м.у.}$ .

При этих условиях, минимизируя величину свободной энергии, получим, что  $H_{эф}$  зависит от  $E_a$  и  $E_0$ . Если не учесть какую-либо анизотропию в образце, то найденное из зависимости резонансной частоты от поля и из соотношения

$$\gamma = g|l|/2m_0c \quad (2.45)$$

значение  $g$  фактора может оказаться неверным.

Энергию кристаллографической магнитной анизотропии  $E_a$  можно представить в виде степенного ряда по направляющим косинусам вектора намагниченности относительно главных осей кристалла. Для кристаллов кубической симметрии, пренебрегая членами более высокого порядка в разложении, имеем

$$E_a = K_0 + K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2) + K_2\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2 + \dots$$

( $K_1$  и  $K_2$  — первая и вторая константы анизотропии;  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  — направляющие косинусы  $I_s$  относительно ребер куба).

В большинстве случаев первая константа анизотропии существенно больше второй и последующих констант и лежит в пределах величин  $10^3$  —  $10^6$  эрг/см<sup>3</sup>. В монокристаллах кубической симметрии с отрицательными константами  $K_1$  и  $K_2$  ребра кубической элементарной ячейки являются направлениями трудного намагничивания, а пространственные диагонали — легкого. В монокристаллах с положительными константами — наоборот. В обоих случаях диагонали граней куба — это направления «промежуточной трудности» намагничивания.

Для направлений легкого намагничивания, соответствующих минимуму энергии анизотропии, векторы  $\mathbf{I}_s$  и  $\mathbf{H}_0$  всегда совпадают по направлению, а резонансная частота является однозначной линейной функцией подмагничивающего поля. Если же подмагничивающее поле приложено вдоль осей трудного намагничивания, то  $\mathbf{I}_s$  параллельно  $\mathbf{H}_0$  при  $H_0 > 2|K_1|/I_s$  для оси [100] и при  $H_0 > 4/3|K_2|/I_s$  для оси [111]. В этих двух случаях резонансная частота определяется простыми соотношениями

$$\omega_{рез} / \gamma = H_0 \pm 2|K_1|/I_s \quad (\text{для [100]}) \quad (2.46)$$

$$\omega_{рез} / \gamma = H_0 \pm \frac{4}{3}|K_2|/I_s \quad (\text{для [111]}) \quad (2.47)$$

Из экспериментально наблюдаемых угловых вариаций резонансного поля при заданной кристаллографической плоскости высокой симметрии можно определить константы анизотропии и  $g$ -фактор. Обычно для этой цели монокристаллический образец в форме сферы монтируется на стержне, который может вращаться вокруг собственной оси. Микроволновые и подмагничивающие поля, будучи перпендикулярными друг к другу, лежат в плоскости, перпендикулярной оси вращения. Наиболее часто образец монтируют так, чтобы эта плоскость совпадала с плоскостью типа (011). В этом случае ориентация поля вдоль трудной, легкой или промежуточной оси устанавливается просто поворотом стержня.

## ***Упражнение***

### ***Ферромагнитный резонанс в монокристалле феррита-граната иттрия***

Исследуемый образец представляет собой тонкую пластинку ( $d \sim 0.1$  мм) диаметром 2 мм, вырезанную из монокристалла железо-иттриевого граната. Пластинка закреплена на стержне, вводимом в СВЧ-резонатор. В качестве резонатора используется короткозамкнутый отрезок прямоугольного волновода.

Ферромагнитный резонанс наблюдается при фиксированной частоте генератора Г4-111/б, равной 9.8 ГГц.

#### **Порядок проведения измерений:**

1. С помощью трансформатора (ЛАТР) установить ток через модулирующие катушки 4 ампера.
2. Плавно увеличивая ток питания обмотки электромагнита, добиться появления на экране осциллографа резонансного сигнала.
3. Подобрать величину поля электромагнита так, чтобы ФМР происходил при прохождении тока в катушках модуляции через нулевое значение, после чего измерить поле электромагнита.
4. Повторить измерения, меняя ориентацию образца с шагом 10 градусов.
5. Для осей легкого и трудного намагничивания измерить ширину линии ФМР: вращая ручку регулировки частоты генератора на передней панели Ш1-1, перемещать сигнал ЯМР влево и вправо от центра линии ФМР на расстояния, при которых амплитуда сигнала ФМР вдвое меньше максимальной.

По результатам измерений построить график зависимости резонансного поля от ориентации образца. Используя формулы (2.45 – 2.47 ) определить  $\gamma$ , g-фактор и константу анизотропии.

#### ***ЛИТЕРАТУРА***

1. Леше А. Ядерная индукция. М.: ИЛ, 1963, с. 13—33, 37—48, 51—57.
2. Ферромагнитный резонанс: сб. статей. М.: Физматгиз, 1961, гл. 2.
3. Сликтер Ч. Основы теории магнитного резонанса. М.: Мир, 1967, гл. 1 — 2.