

# Оптика наносистем



Тимошенко Виктор Юрьевич

---

*Московский Государственный Университет  
им. М. В. Ломоносова, Физический факультет  
Научно-Образовательный Центр по нанотехнологиям*

# Содержание курса

Лекция 1. Основные понятия оптики конденсированных фаз вещества.

Лекция 2. Взаимодействие света с металлами и диэлектриками.

Лекция 3. Поглощение света в полупроводниках.

Лекция 4. Экситонное и примесное поглощение света.

Лекция 5. Эмиссия излучения из твердых тел.

Лекция 6. Оптические явления в неоднородных твердотельных системах.

Лекция 7. Оптические свойства твердотельных нанокомпозитов.

Лекция 8. Фотонные кристаллы и микрорезонаторы.

Лекция 9. Рассеяние света в твердых телах.

Лекции 10,11. Влияние размеров тел на их оптические свойства.

Лекции 12-14. Экситоны в полупроводниковых наноструктурах.

Лекция 15. Оптические свойства и применения полупроводниковых наноструктур.

Лекция 16. Элементы спиновой оптики и спинтроники.

Лекция 17. Нелинейные оптические явления в твердотельных системах.

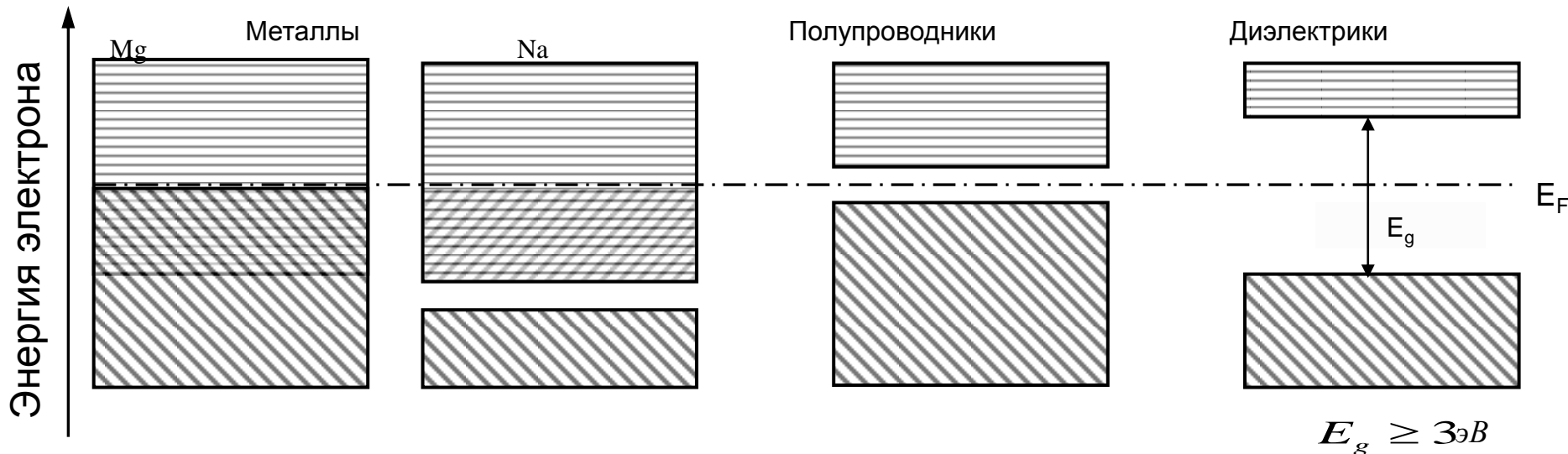
Лекция 18. Элементы нелинейной оптики наноструктур и нанокомпозитов.

## Лекция 2. Взаимодействие света с металлами и диэлектриками.

Особенности электронного спектра металлов, полупроводников и диэлектриков. Поглощение и отражение света в металлах. Модель Друде. Плазмоны. Ориентационная, ионная и электронная поляризуемости диэлектриков. Дипольная релаксация. Модель Друде-Лоренца. Уравнение Клаузиуса-Моссоти. Поглощение света на колебаниях решетки. Фононы. Соотношение Лиддейна-Сакса-Теллера. Полоса остаточных лучей. Влияние граничных условий на колебательный спектр наноструктур и наночастиц. П о в е р х н о с т н ы е ф о н о н ы .

# Модельные представления об электронных свойствах твердых тел

По своим электронным свойствам твердые тела подразделяются на **металлы, полупроводники и диэлектрики**, что схематично можно представить на упрощенной **зонной схеме**:



Вследствие взаимодействий с большим числом атомов в твердом теле существуют не изолированные свободные электроны, а квазичастицы: **электроны проводимости** ( $q_e = -e = -1.6 \cdot 10^{-19}$  Кл) и незаполненные места в валентной зоне - **дырки** ( $q_h = e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  Кл).

Эффективные массы **электронов и дырок**:  $m^* = (0.1 - 2)m_0$

Колебания атомов в твердом теле соответствует квазичастицы – **фононы**.

# Оптические свойства металлов и диэлектриков

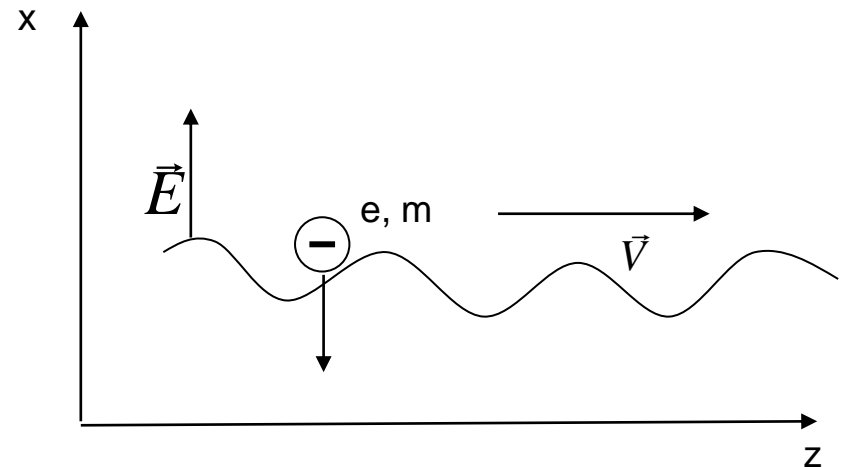
Концентрация электронов в металле  $\sim 10^{23} \text{ см}^{-3}$

В диэлектриках ( $E_g > 3 \text{ эВ}$ ) даже при температурах близких к плавлению практически нет свободных носителей заряда, который, однако, могут возникать при инжекции электрическим током, электронным пучком или при оптическом возбуждении.

Несмотря на столь значительные различия в электронных свойствах металлов и диэлектриков, для описания их оптических свойств допустимым оказывается *квазиклассический подход*.

При поглощении и отражении света металлами основную роль играет взаимодействие электрического поля световой волны со свободными электронами. Такое взаимодействие может быть описано классической моделью Друде-Лоренца:

$$m\ddot{x} + \frac{m}{\tau}\dot{x} = -eE_{0x} \exp(-i\omega t)$$



# Модель Друде и оптические параметры однородной проводящей среды

Поляризация единицы  
объема среды :

$$P_x = -N_e e x = -\frac{e^2 N_e E_x}{m\omega^2 + i\omega m\tau^{-1}}$$

Материальное уравнение  
(система единиц СИ):

$$\vec{D} = \vec{E}\varepsilon_0 + \vec{P} = \varepsilon_0 \tilde{\varepsilon} \vec{E}$$

Комплексная диэлектрическая  
проницаемость:

$$\tilde{\varepsilon} \equiv \varepsilon' + i\varepsilon'' = 1 + \frac{P_x}{\varepsilon_0 E_x} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\tau^{-1}}$$

Плазменная частота:

$$\omega_p^2 = \frac{e^2 N_e}{m\varepsilon_0}$$

$$\varepsilon' = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \tau^{-2}} = n^2 - \kappa^2$$

$$\varepsilon'' = \frac{\omega_p^2 \tau^{-1}}{\omega(\omega^2 + \tau^{-2})} = 2n\kappa$$

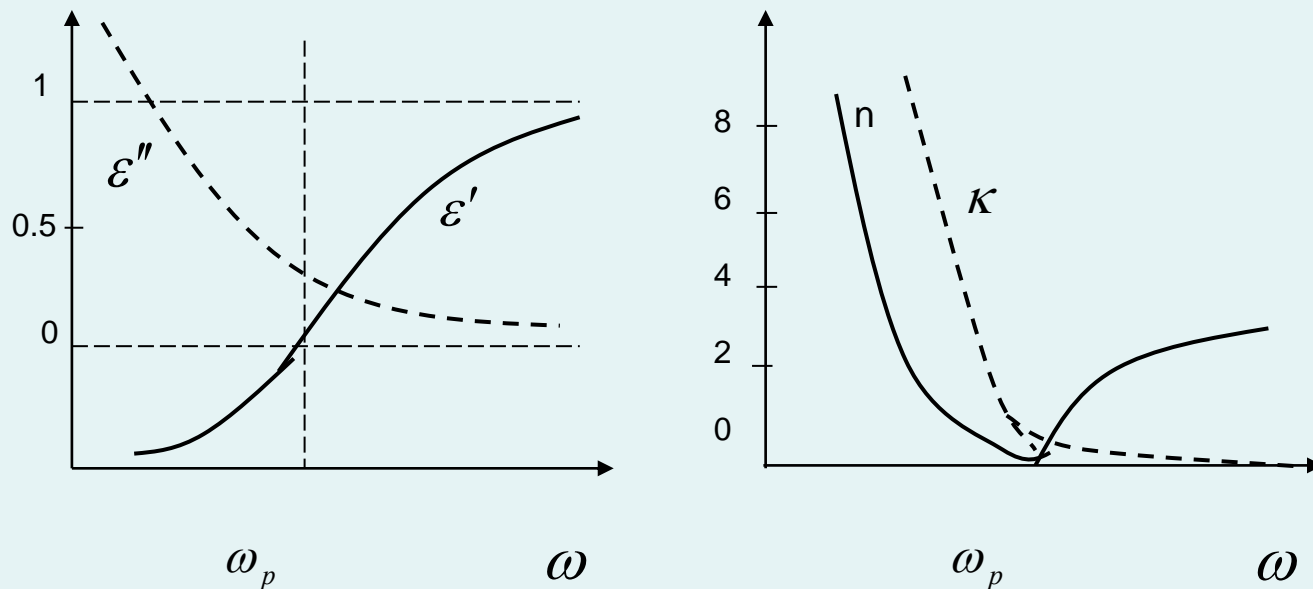
Комплексный показатель  
преломления:

$$\tilde{n} \equiv n + i\kappa$$

Коэффициент  
поглощения света:

$$\alpha = \frac{2\omega\kappa}{c}$$

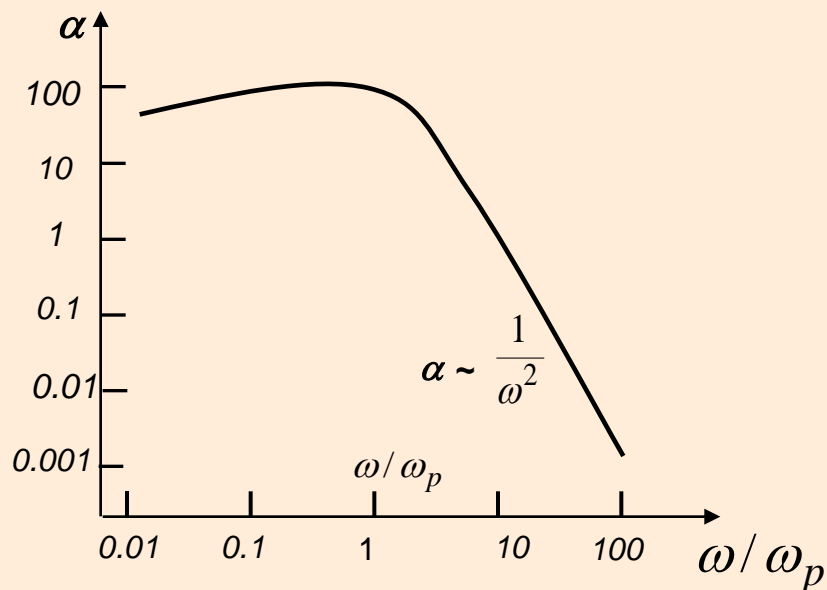
# Модель Друде и спектральные зависимости оптических характеристик



Для частот меньше плазменной частоты действительная часть диэлектрической проницаемости становится меньше 0, а мнимая часть резко возрастает.

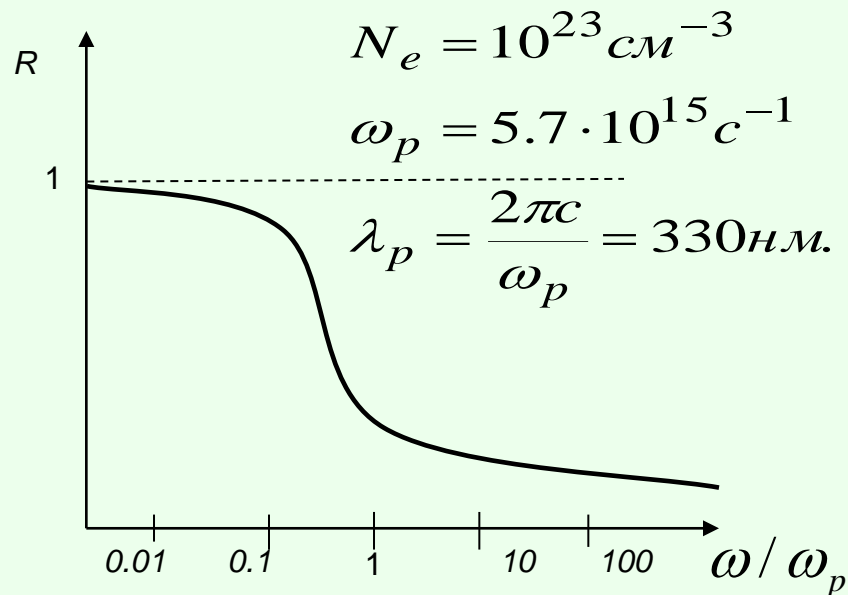
Это вызывает рост показателя поглощения, который превышает значение показателя преломления.

# Модель Друде и спектральные зависимости поглощения и отражения



$$\omega \gg \tau^{-1}$$

$$\alpha = \frac{2\omega\kappa}{c} = \frac{\omega\varepsilon''}{cn} = \frac{\omega_p^2}{\omega^2\tau cn} \propto \frac{1}{\omega^2} \propto \lambda^2$$



для частот

$$\begin{matrix} \varepsilon' < 0 \\ n \ll \kappa \end{matrix} \Rightarrow \omega < \omega_p$$

$$R = \frac{(n-1)^2 + \kappa^2}{(n+1)^2 + \kappa^2} \approx \frac{\kappa^2}{\kappa^2} \approx 1$$



# Модель Друде-Лоренца и оптические свойства диэлектриков

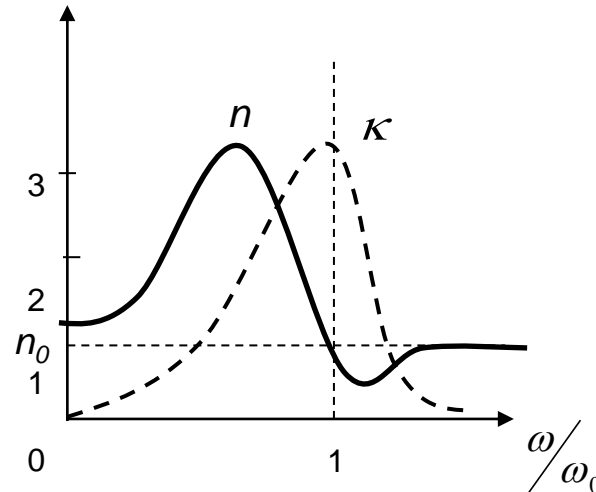
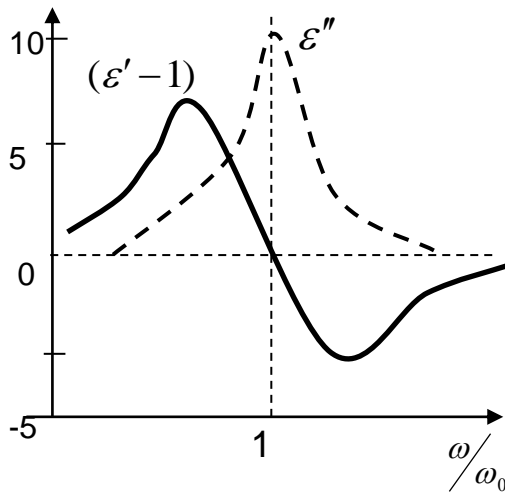
$$\ddot{x} + \tau^{-1}\dot{x} + \omega_0^2 x = -\frac{eE_{0x}}{m} \exp(-i\omega t)$$



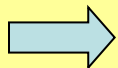
$$P = N_M P_M = -N_M e x_0 = -\frac{e^2 N_M E_{0x} / m}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\tau^{-1}}$$

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon' + i\epsilon'' = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 E_{0x}} = 1 + \frac{e^2 N_M}{m\epsilon_0 [(\omega^2 - \omega_0^2) - i\omega\tau^{-1}]}$$

$$\tilde{n} = \sqrt{\tilde{\epsilon}}$$



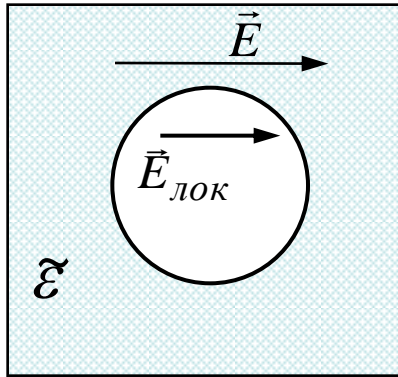
$$\omega \ll \omega_0$$



Значение показателя преломления в области прозрачности:

$$n^2(\omega/\omega_0 \rightarrow 0) \approx 1 + \frac{N_M e^2}{m\epsilon\omega_0^2} \equiv n_0^2$$

# Локальное поле. Уравнение Клаузиуса-Моссоти.



$$\vec{E}_{\text{лок}} = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$$

$$P = \epsilon_0 E (\epsilon - 1)$$

$$E_{\text{лок}} = E \left(1 + \frac{\epsilon - 1}{3}\right) = E \frac{\epsilon + 2}{3}$$

$$P = \chi \epsilon_0 N_m E_{\text{лок}} = \chi \epsilon_0 N_m E \frac{\epsilon + 2}{3}$$

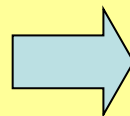
$\chi$  – поляризуемость молекулы

Уравнение Клаузиуса-Моссоти:

$N_m$  - концентрация молекул

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{1}{3} \chi N_m$$

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{N_m e^2}{3m\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\tau^{-1}}$$

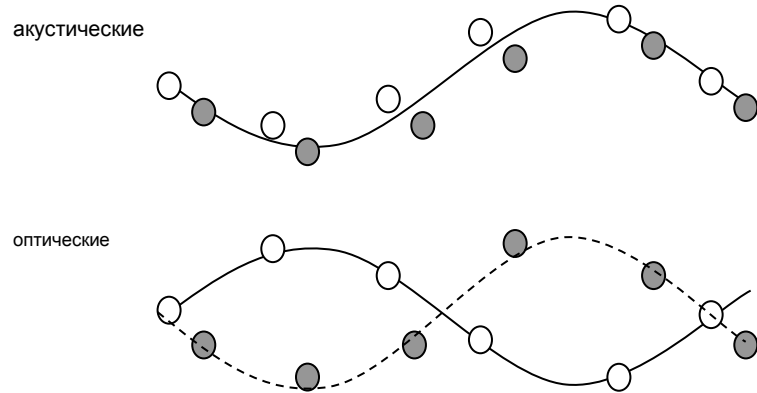


В условиях резонанса поляризуемость молекул среды резко возрастает, что приводит вследствие фактора локального поля к значениям  $\epsilon \approx -2$

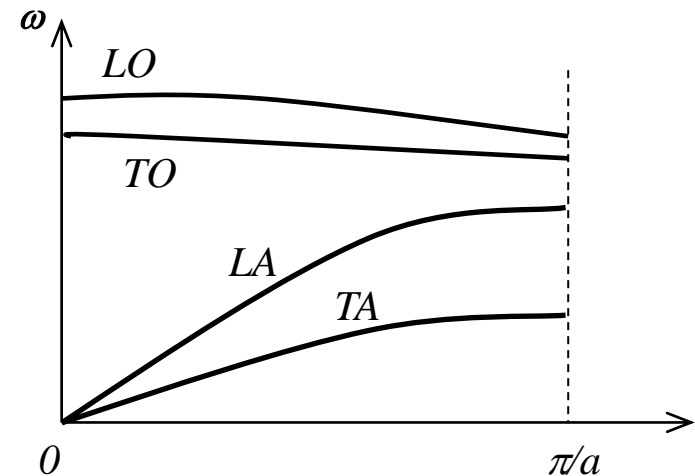
# Поглощение света на колебаниях решетки. Фононы.

**Фонон - квант колебаний кристаллической решетки.**

Кристалл, содержащий  $s$ -атомов в элементарной ячейке, имеет  $3s$  колебательных мод, из которых  $3$  моды – **акустические** и  $(3s-3)$  – **оптические**. Акустические колебания соответствуют смещению атомов в элементарной ячейке как единого целого, тогда как при оптических колебаниях происходит относительное смещение атомов в элементарной ячейке, как схематично показано для случая  $s=2$ .



Для твердых тел с решеткой типа алмаза (Si, Ge, GaAs,...) элементарная ячейка содержит  $s=2$  атома, поэтому для них характерны следующие типы фононов: 1 продольный акустический (LA) и 2 поперечных (вырожденных) акустических (TA), а также 1 продольный оптический (LO) и 2 поперечных (вырожденных) оптических (TO).



# Модель Друде-Лоренца для взаимодействия света с колебаниями решетки

Уравнения движения для ТО-фононной моды можно записать в виде: .

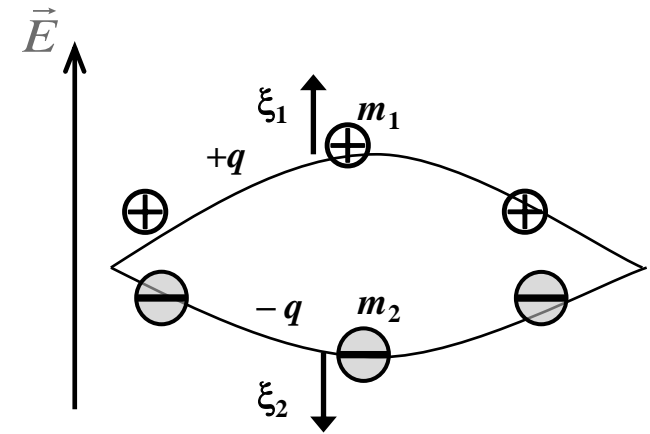
$$\begin{cases} m_1 \ddot{\xi}_1 = c(\xi_2 - \xi_1) + qE \\ m_2 \ddot{\xi}_2 = -c(\xi_2 - \xi_1) - qE \end{cases}$$

$$\zeta = \xi_2 - \xi_1 \quad \mu = 1/(m_1^{-1} + m_2^{-1})$$

$$\ddot{\zeta} + \frac{c}{\mu} \zeta = -\frac{qE}{\mu}$$

$$\omega_{TO}^2 \equiv \frac{c}{\mu}$$

$$\ddot{\zeta} + \omega_{TO}^2 \zeta = -\frac{qE}{\mu}$$



$$E = E_0 \exp(-i\omega t)$$

$$\zeta = \zeta_0 \exp(-i\omega t)$$

$$\zeta_0 = \frac{qE_0}{\mu} \frac{1}{\omega^2 - \omega_{TO}^2}$$

При учете затухания, очевидно, получим:

$$\zeta_0 = \frac{qE_0}{\mu} \frac{1}{\omega^2 - \omega_{TO}^2 + i\omega\gamma}$$

Поляризация среды, обусловленная колебаниями решетки, содержащей  $N$  элементарных ячеек в единице объема:

$$P^{реш} = Nq\zeta_0 = \frac{q^2 NE}{\mu} \frac{1}{\omega^2 - \omega_{TO}^2 + i\omega\gamma}$$

# Диэлектрическая функция при взаимодействии света с колебаниями решетки с учетом электронной поляризуемости

$$\tilde{\varepsilon} = 1 + \frac{P^{реш} + P^{эл}}{\varepsilon_0 E}$$

Решение ищем в виде:

$$\tilde{\varepsilon}(\omega) = A + \frac{B}{\omega^2 - \omega_{TO}^2 + i\omega\gamma}$$

$$\varepsilon(\infty) = A \quad \varepsilon(0) = A - \frac{B}{\omega_{TO}^2}$$

$$\tilde{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon(\infty) \left[ 1 + \frac{\omega_{TO}^2 - \omega_{LO}^2}{\omega^2 - \omega_{TO}^2 + i\omega\gamma} \right],$$

*соотношение Лиддейна-Сакса-Теллера:*

$$\omega_{LO}^2 \equiv \omega_{TO}^2 \frac{\varepsilon(0)}{\varepsilon(\infty)}$$

***Вследствие инерционности поляризуемости среды статическая диэлектрическая проницаемость всегда больше высокочастотной (оптической) диэлектрической проницаемости, т.е. :***

$$\frac{\varepsilon(0)}{\varepsilon(\infty)} > 1 \quad \longrightarrow \quad \omega_{LO} > \omega_{TO}$$

Соотношение Лиддейна-Сакса-Теллера связано с тем, что модуль Юнга (деформация растяжения-сжатия) всегда больше модуля сдвига.

# Спектр диэлектрической функции и оптических характеристик при взаимодействии света с колебаниями решетки

В случае малого затухания ( $\omega\gamma \ll 1$ ):

$$\varepsilon(\omega) \approx \varepsilon(\infty) \left[ 1 + \frac{\omega_{TO}^2 - \omega_{LO}^2}{\omega^2 - \omega_{TO}^2} \right] = \varepsilon(\infty) \frac{\omega^2 - \omega_{LO}^2}{\omega^2 - \omega_{TO}^2}$$

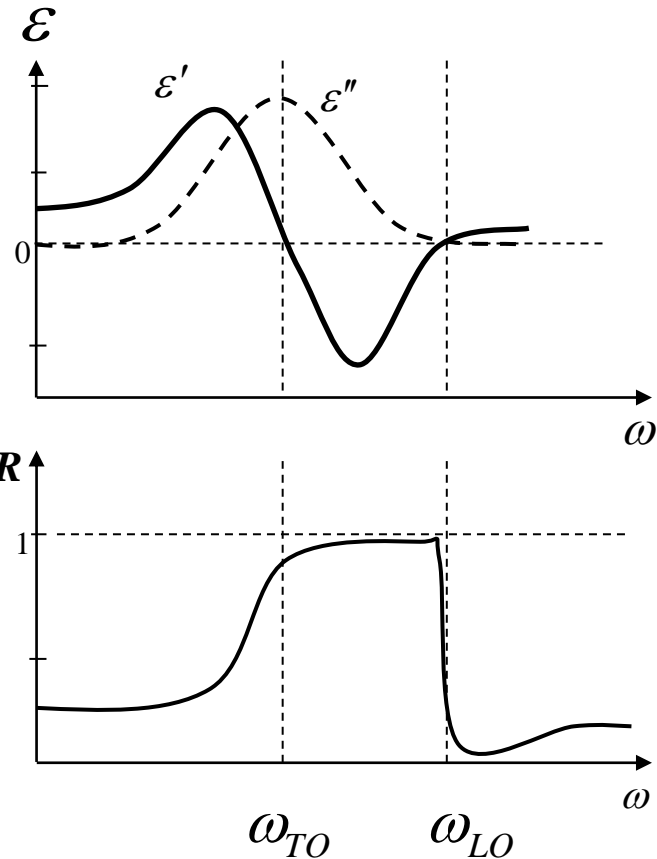
$$\omega_{LO} > \omega > \omega_{TO} : \quad \varepsilon < 0, \quad \tilde{n} \equiv \sqrt{\varepsilon} = i\sqrt{|\varepsilon|} = i\kappa$$

Свет не распространяется в такой среде, а затухает на длинах порядка

$$\alpha^{-1} = \frac{c}{2\omega\kappa} = \frac{c}{2\omega\sqrt{|\varepsilon|}}$$

Коэффициент отражения стремится к 1:

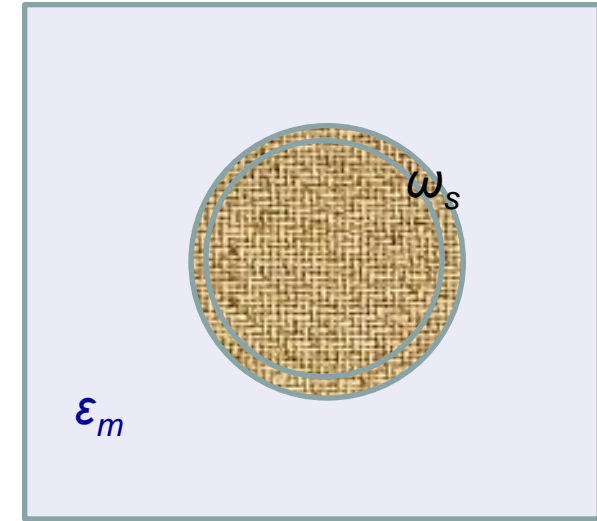
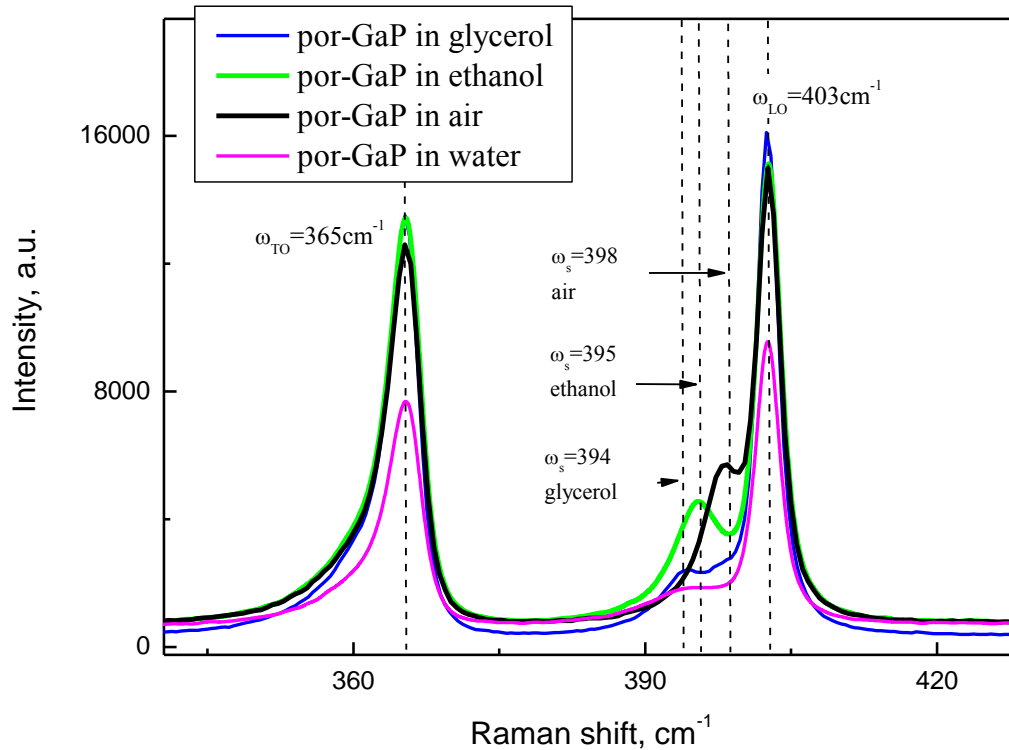
$$R = \frac{(n-1)^2 + \kappa^2}{(n+1)^2 + \kappa^2} \approx \frac{1 + \kappa^2}{1 + \kappa^2} \approx 1.$$



**Это полоса остаточных лучей :**

$$\omega_{LO} > \omega > \omega_{TO}$$

# Влияние границ нанокристаллов на их колебательный спектр. Поверхностные фононы



Частота поверхностного фонона  $\omega_{\text{s}}$  зависит от диэлектрической проницаемости окружающей среды  $\epsilon_m$  и лежит между  $\omega_{\text{TO}}$  и  $\omega_{\text{LO}}$ .  $\epsilon(0)$  и  $\epsilon(\infty)$  - низкочастотная и высокочастотная диэлектрические проницаемости вещества нанокристаллов,  $L$  - форм-фактор (фактор деполяризации), который равен  $1/3$  для сферы, а для эллипсоида лежит в диапазоне  $0 > L > 1$ .

$$\frac{\omega_{\text{s}}^2}{\omega_{\text{TO}}^2} = \frac{\epsilon(0) - \epsilon_m (1/L - 1)}{\epsilon(\infty) - \epsilon_m (1/L - 1)}$$

# Итоги Лекции 2:

- Диэлектрические функции и оптические характеристики металлов и диэлектриков могут быть рассмотрены в рамках классического подхода. Вблизи резонансных частот их хорошо описывает модель Друде-Лоренца.
- Более точное выражение для диэлектрической функции диэлектриков получается с учетом фактора локального поля, что описывается уравнением Клаузиуса-Моссоти.
- Взаимодействие света с колебаниями решетки может быть описано моделью Друде-Лоренца с учетом вклада электронной поляризуемости и соотношения Лиддейна-Сакса-Теллера.
- Полоса частот в области между поперечными и продольными частотами соответствует полному отражению света от полярного диэлектрика и называется полосой остаточных лучей.
- Частота поверхностных фононов в нанокристаллах полярных диэлектриков лежит между частотами продольных и поперечных оптических фононов.



# Контрольные вопросы к Лекции 2

- В чем сходство и различие моделей взаимодействия света с веществом Друде и Друде-Лоренца?
- Что такое «плазменное отражение»
- Что такое «полова остаточных лучей»
- В чем физический смысл соотношения Лиддейна-Сакса-Теллера?
- Что описывает уравнение Клаузиуса-Моссоти?
- От чего зависит частота поверхностных фононов?