

# Оптика наносистем



Тимошенко Виктор Юрьевич

---

*Московский Государственный Университет  
им. М. В. Ломоносова, Физический факультет  
Научно-Образовательный Центр по нанотехнологиям*

# Содержание курса

Лекция 1. Основные понятия оптики конденсированных фаз вещества.

Лекция 2. Взаимодействие света с металлами и диэлектриками.

Лекция 3. Поглощение света в полупроводниках.

**Лекция 4. Экситонное и примесное поглощение света.**

Лекция 5. Эмиссия излучения из твердых тел.

Лекция 6. Оптические явления в неоднородных твердотельных системах.

Лекция 7. Оптические свойства твердотельных нанокомпозитов.

Лекция 8. Фотонные кристаллы и микрорезонаторы.

Лекция 9. Рассеяние света в твердых телах.

Лекции 10,11. Влияние размеров тел на их оптические свойства.

Лекции 12-14. Экситоны в полупроводниковых наноструктурах.

Лекция 15. Оптические свойства и применения полупроводниковых наноструктур.

Лекция 16. Элементы спиновой оптики и спинтроники.

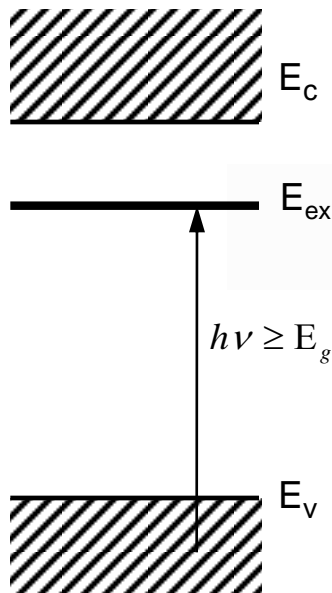
Лекция 17. Нелинейные оптические явления в твердотельных системах.

Лекция 18. Элементы нелинейной оптики наноструктур и нанокомпозитов.

# Лекция 4. Экситонное и примесное поглощение света в полупроводниках

Экситоны Френкеля и Ванье-Мотта. Спектр экситона Ванье-Мотта. Коллективные эффекты в системе экситонов: электронно-дырочная жидкость и электронно-дырочные капли. Фазовый переход Мотта. Влияние примесей на энергетический спектр полупроводника. Взаимодействие света со свободными носителями заряда в полупроводниках с точки зрения квантовой теории твердого тела и классической модели Друде-Лоренца. Плазменный минимум отражения.

# Экситоны в твердых телах

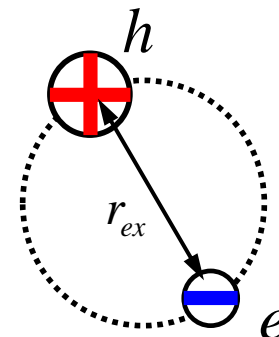


В полупроводниках и диэлектриках возможно поглощение света, которое не сопровождается появлением свободных носителей заряда. Возникающее возбуждение является электрически нейтральным и может быть рассмотрено как квазичастица, состоящая из электрона и дырки и называемая *экситоном* (от “excitation”). Понятие «экситон» было введено Я.И.Френкелем в 1931 г. В полупроводниках экситон был обнаружен в 1951 г. Е.Ф.Гроссом с сотрудниками.

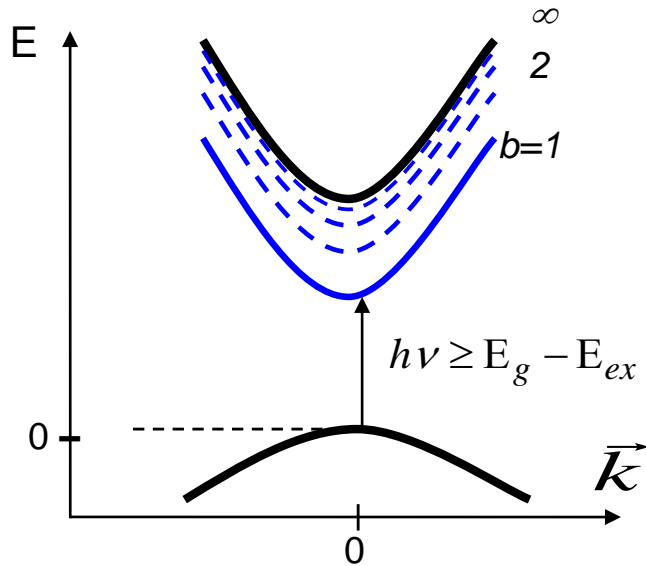
Известны **экситоны Френкеля**, или экситоны малого радиуса  $r_{ex} \leq a_0$  – постоянной решетки кристалла; и **экситоны Ванье-Мотта**, или экситоны большого радиуса  $r_{ex} \gg a_0$ .

Для полупроводников наблюдаются экситоны Ванье-Мотта, которые упрощенно могут быть представлены как атомоподобные квазичастицы, состоящие из электрона и дырки, связанных кулоновским взаимодействием.

Экситон не может быть объяснен классическими моделями (также как и атом). Экситон Ванье-Мотта является уточнением одноэлектронного приближения в зонной теории твердого тела.



# Экситон Ванье-Мотта в полупроводнике



Задача об экситоне аналогична задаче об атоме водорода. Тогда можно записать уравнение Шредингера для электрона и дырки, взаимодействующих кулоновскими силами.

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla_e^2 - \frac{\hbar^2}{2m_h} \nabla_h^2 - \frac{e^2}{\eta \epsilon |\vec{r}_e - \vec{r}_h|} \right] \Phi(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = G \Phi(\vec{r}_e, \vec{r}_h)$$

где  $e$  – заряд электрона;  $m_e$  и  $m_h$  – эффективные массы электрона и дырки;  $\vec{r}_e, \vec{r}_h$  и  $\nabla_e^2, \nabla_h^2$  – соответствующие радиус-векторы и операторы Лапласа для электрона и дырки;  $\Phi(\vec{r}_e, \vec{r}_h)$  и  $G$  – волновая функция и полная энергия системы;  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость системы (на частотах  $\sim G/\hbar$ ) и  $\eta$  – коэффициент, зависящий от системы единиц (СИ:  $\eta = 4\pi\epsilon_0$ , СГС:  $\eta = 1$ ).

Решение ур-я Шр-ра проводится введением новых координат ( $\vec{r} = \vec{r}_e - \vec{r}_h$ ,  $\vec{R} = \frac{m_e \vec{r}_e + m_h \vec{r}_h}{m_e + m_h}$ ) и разложением движения экситона на поступательное и внутренне.

Полная энергия экситона:

$$G_b(\vec{k}_{ex}) = W(\vec{k}_{ex}) + E_b = E_g + \frac{\hbar^2 k_{ex}^2}{2M} - \frac{E_{ex}}{b^2}$$

$$\vec{R} = \frac{m_e \vec{r}_e + m_h \vec{r}_h}{m_e + m_h}$$

$$M = m_e + m_h$$

$$m_r^{-1} = m_e^{-1} + m_h^{-1}$$

$$b=1, 2, 3, \dots$$

Энергия связи экситона:

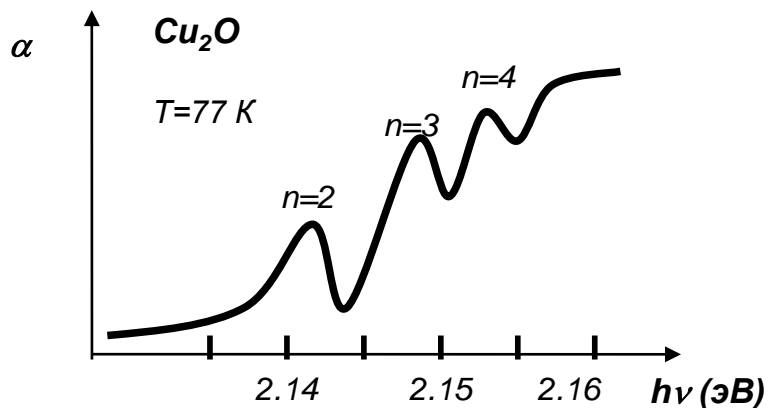
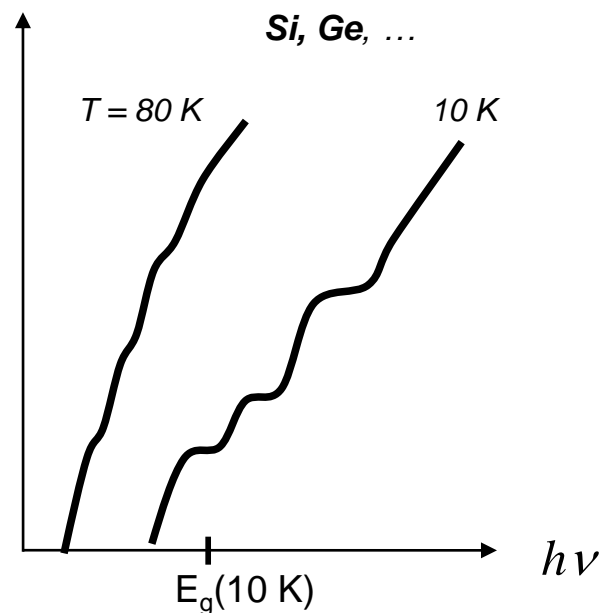
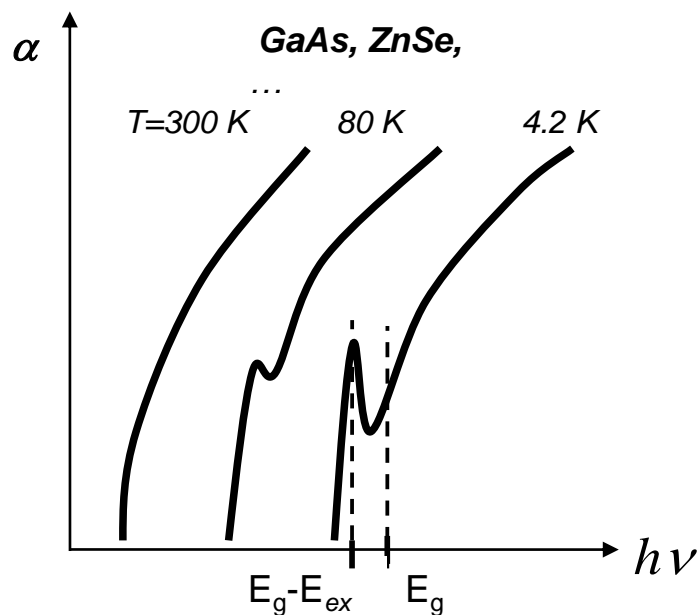
$$E_{ex} \equiv E_1 = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon r_{ex}}$$

Радиус экситона:

$$r_{ex} = \frac{\eta \epsilon \hbar^2}{m_r e^2} = a_B \epsilon \frac{m_0}{m_r}$$

$a_B = 0.053$  нм – это боровский радиус в атоме водорода

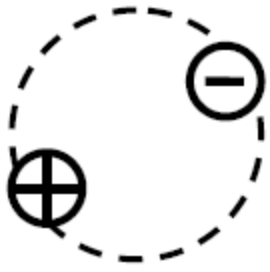
# Примеры спектров экситонного поглощения



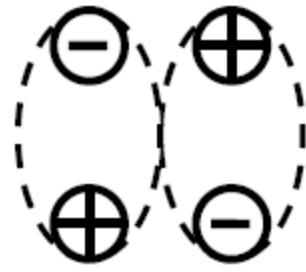
$E_{ex}=2-16\text{ мэВ}$ , что меньше, чем энергия теплового движения при комнатной температуре (26 мэВ).

Наблюдение экситонных пиков поглощения в объеме полупроводника возможно при низких температурах. В полупроводниковых наноструктурах энергия связи возрастает и экситоны стабильны даже при комнатной температуре.

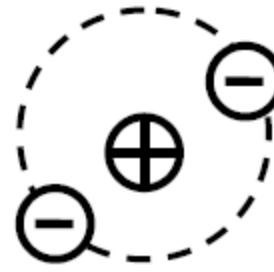
# Коллективные эффекты в системе экситонов



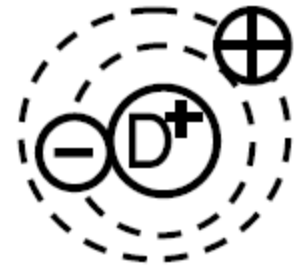
*экситон*



*биэкситон  
(экситонная  
молекула)*



*трион  
(экситонный  
ион)*

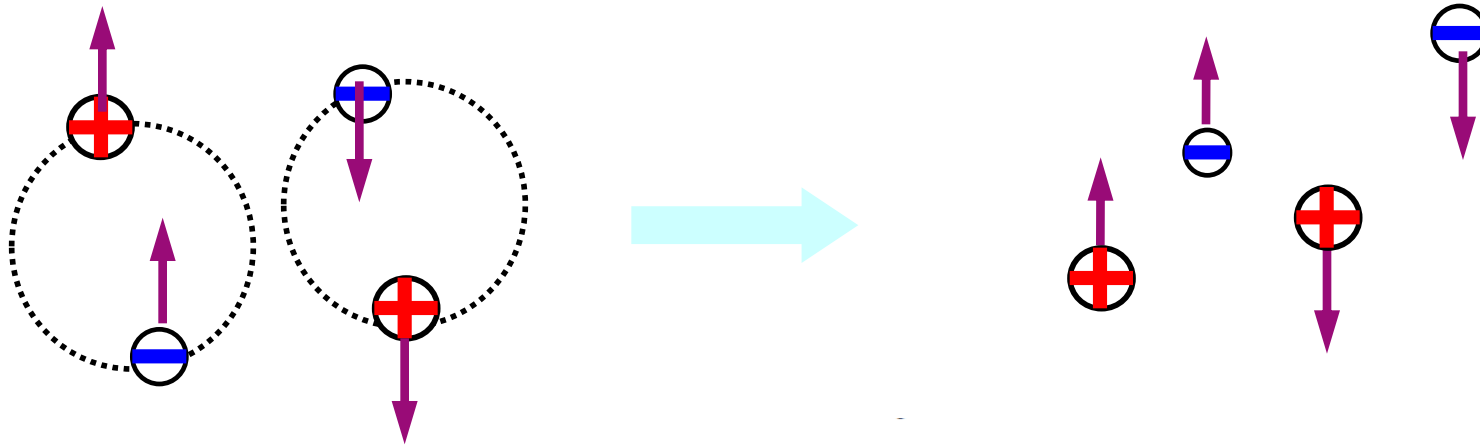


*связанный  
экситон  
(на доноре)*

Кулоновское взаимодействие между фотовозбужденными электронами и дырками может приводить к возникновению не только изолированных свободных экситонов, но и их комплексов,

Энергия связи биэкситона обычно меньше или порядка  $E_{ex}/2$ , тогда как энергия связи связанного экситона может намного превышать  $E_{ex}$ .

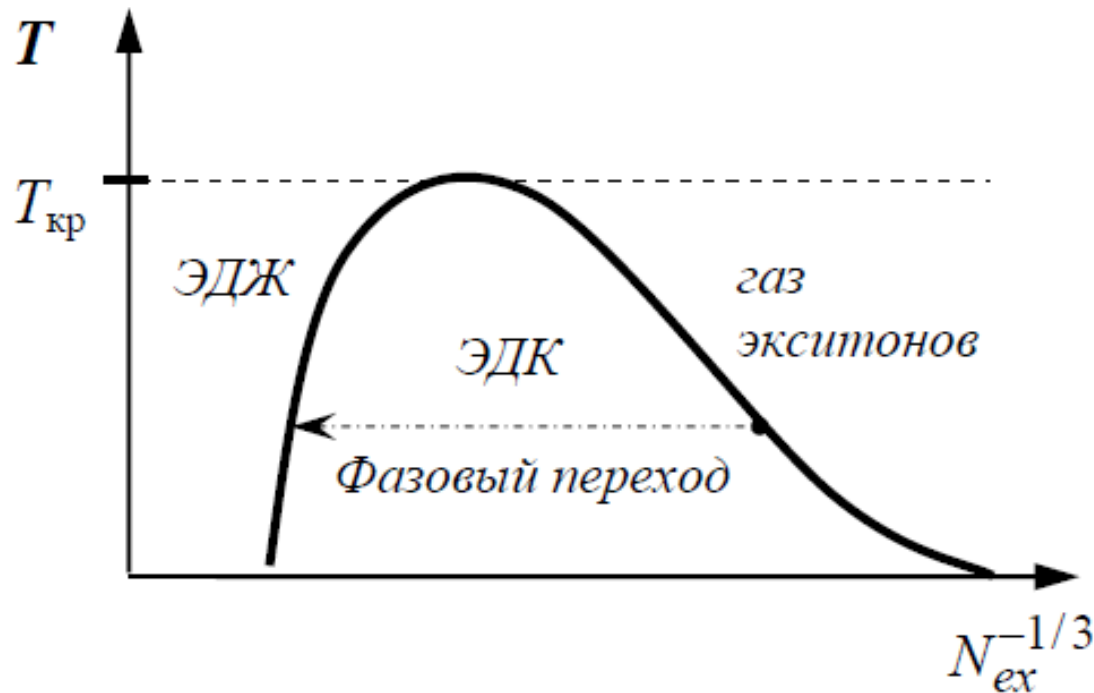
# Экранирование и бозе-эйнштейновская конденсация в системе экситонов



Если  $N_{ex} \geq r_{ex}^3$ , что с учетом  $r_{ex} \sim 10$  нм соответствует  $N_{ex} \geq 10^{18}$  см<sup>-3</sup>, то происходит экранирование электрического поля в каждом экситоне окружающими экситонами. В результате возникает *неидеальный газ экситонов*. Рассматривая коллективные эффекты в неидеальном газе экситонов, следует принять во внимание, что изначально каждый экситон представляет собой связанное состояние 2-х фермионов (электрона и дырки) и поэтому может быть рассмотрен как бозе-частица. Поэтому принцип запрета Паули не применим, и при увеличении  $N_{ex}$ , в принципе, возможна *бозе-эйнштейновская конденсация* в газе экситонов.



# Фазовый переход в системе экситонов

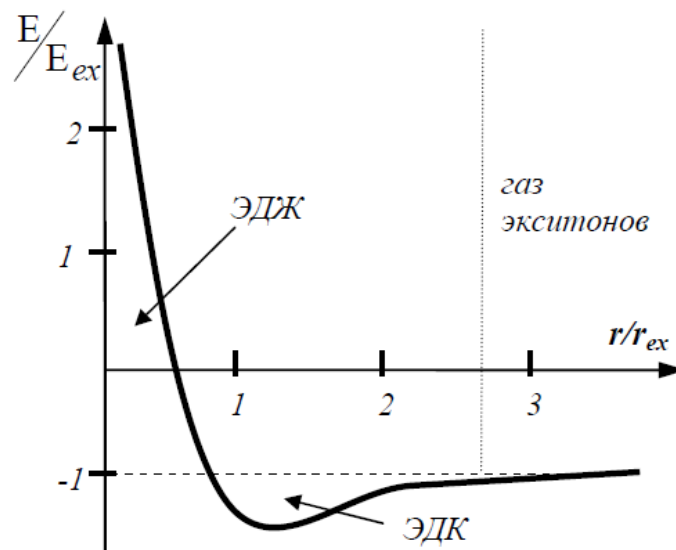


С ростом концентрации экситонов возрастает роль эффектов диэлектрического экранирования кулоновского взаимодействия в экситоне. В результате при достаточно большой  $N_{ex}$  возможно разрушение связанного состояния электрона и дырки и образование *электронно-дырочной жидкости* (ЭДЖ), частицы в которой подчиняются статистике Ферми-Дирака. Переход от бозе-газа экситонов к фермиевской ЭДЖ – *фазовый переход Мотта*.

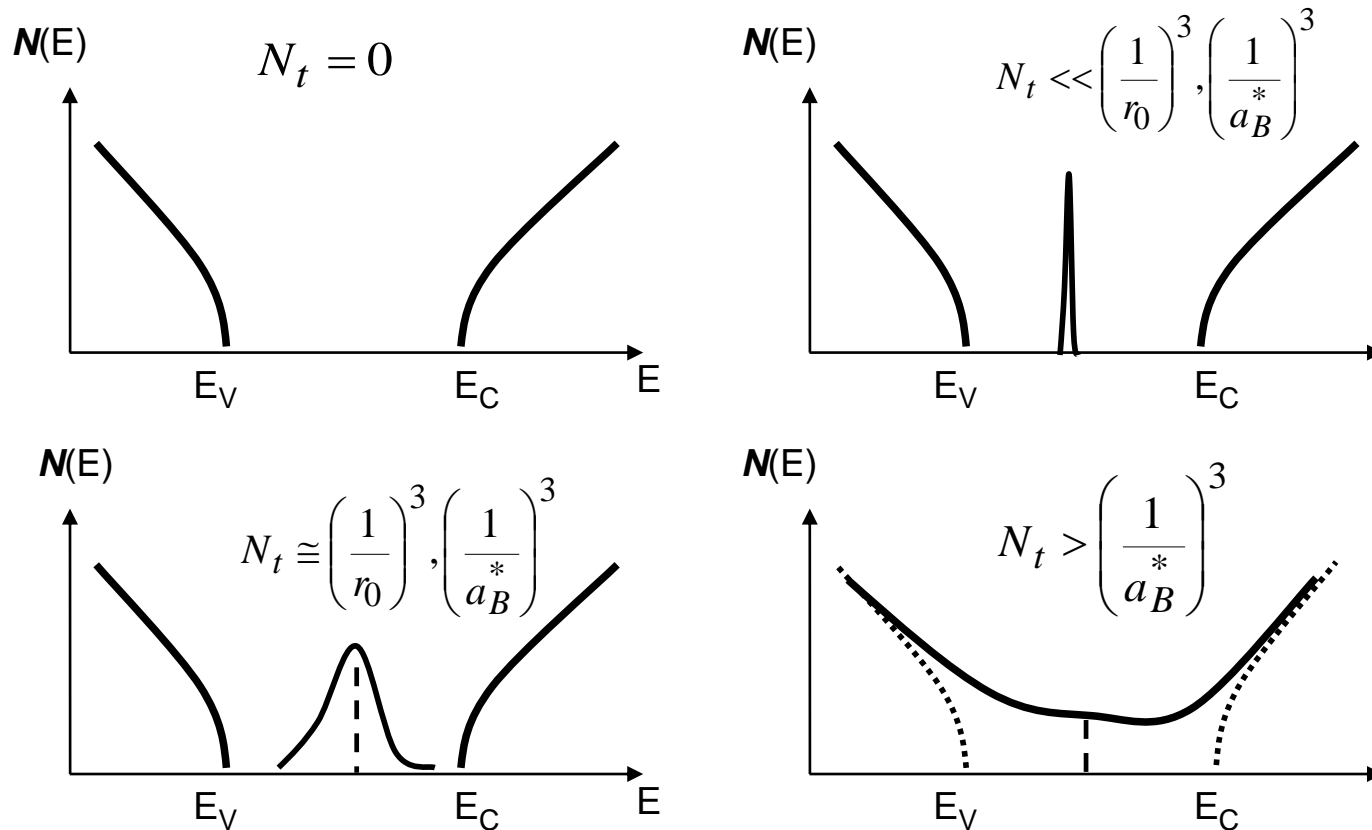
# Энергия экситонов при их высокой плотности. Электронно-дырочные капли и жидкость.

В диапазоне  $N_{ex}$ , промежуточном между бозе-газом экситонов и ЭДЖ, возможно появление особого вида коллективных нефермиевских возбуждений – *электронно-дырочных капель* (ЭДК), которые были предсказаны Л.В.Келдышем в 70-х годах 20-го века. Возможность образования ЭДК может быть понята из рассмотрения зависимости полной энергии системы экситонов, нормированной на  $N_{ex}$  и  $E_{ex}$ , от среднего расстояния между экситонами, т.е.  $N_{ex}^{-1/3}$ , выраженного в единицах  $r_{ex}$

$$E = E_{ферм} + E_{обм} + E_{коррел} \approx -\frac{B}{r} + \frac{A}{r^2} - C$$

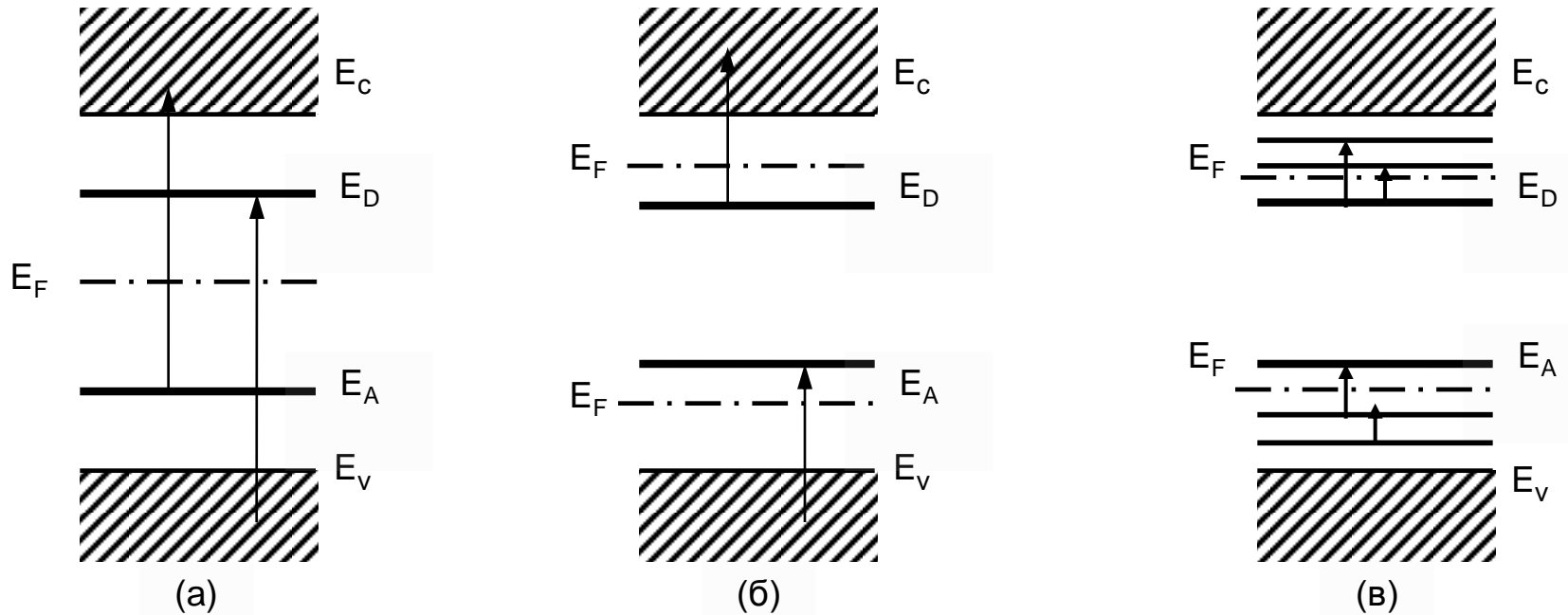


# Влияние примесей на электронный спектр полупроводника



$r_0$  и  $a_B^*$  – радиус экранирования и боровский радиус примеси в полупроводнике

# Примесное поглощение света в полупроводниках при малых концентрациях примеси



Переходы примесь-зона (а)-(б) приводят к появлению ступеней поглощения ниже края зоны полупроводника.

Внутрипримесные переходы (в) проявляются как набор узких линий вдали от края межзонного поглощения.

# Взаимодействие света со свободными носителями заряда в полупроводниках

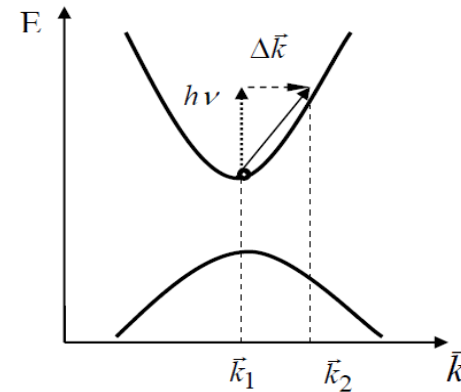
Так как квазиимпульс фотона

$$p_{phot} = \frac{\hbar}{\lambda}, \text{ где } \lambda \sim 10^{-4} - 10^{-3} \text{ см, обычно}$$

намного меньше типичных значений

$$\text{для электронов и дырок } (p_e, p_h \propto \frac{\hbar}{a_0},$$

где  $a_0 \sim 10^{-7}$  см), то для выполнения закона сохранения квазиимпульса необходимо участие третьей частицы. Такой частицей может быть фотон или атом примеси. В первом случае  $\Delta \vec{k} = \vec{k}_{phon}$ . Процесс взаимодействия фотона и носителя заряда при участии третьей частицы описывается теорией возмущения 2-го порядка,



Отметим, что квантово-механическое описание дает следующую частотную зависимость коэффициента поглощения для диапазона  $h\nu \gg kT$ :

$\alpha \propto N_q \lambda^\beta$ , где  $\beta > 1$  зависит от механизма рассеяния:

$\beta = 1.5$  (рассеяние на акустических фононах);

$\beta = 2.5$  (рассеяние на оптических фононах);

$\beta = 3 \div 3.5$  (рассеяние на ионизованных примесях).

# Классическая модель взаимодействия света со свободными носителями заряда в полупроводниках

$$m^* \ddot{x} + \frac{m^*}{\tau} \dot{x} = qE_0 \exp(-i\omega t),$$

где  $m^*$  и  $q$  – эффективная масса и заряд,  $\tau$  – время затухания (релаксации) импульса.

Для связанного со смещением свободных носителей заряда дипольного момента единицы объёма получим:

$$P_{своб} = qN_q x_0 = -\frac{q^2 N_q E_0}{m^* \omega(\omega + i\tau^{-1})},$$

где  $N_q$  – концентрация носителей заряда.

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon_\infty + \frac{P_{своб}}{\epsilon_0 E_0} = \epsilon_\infty - \frac{q^2 N_q}{m^* \omega \epsilon_0 (\omega + i\tau^{-1})} = \epsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\tau^{-1})},$$

где плазменная частота  $\omega_p^2 = \frac{q^2 N_q}{m^* \epsilon_0}$ .

# Поглощение света на свободных носителях заряда в полупроводниках

Для частот  $\omega \gg \tau^{-1}$  получим:

$$\varepsilon_1 = n^2 - \kappa^2 \approx \varepsilon_\infty - \left( \frac{\omega_p}{\omega} \right)^2$$

$$\kappa \approx \frac{\omega_p^2}{2\sqrt{\varepsilon_\infty} \omega^3 \tau}$$

$$\varepsilon_2 = 2n\kappa \approx \frac{\omega_p^2}{\omega^3 \tau}$$

$$\alpha = \frac{2\kappa\omega}{c} \approx \frac{\omega_p^2}{\sqrt{\varepsilon_\infty} c \tau \omega^2} \frac{1}{\omega^2} \propto \frac{N_q}{\omega^2} \propto N_q \lambda^2$$

более общее выражение:

$$\alpha = \frac{2\kappa\omega}{c} = \frac{\omega}{cn(\omega)} \frac{\omega_p^2}{\omega} \frac{\tau^{-1}}{\omega^2 + \tau^{-2}} = \frac{\omega_p^2 \tau^{-1}}{cn(\omega)(\omega^2 + \tau^{-2})} = \frac{q^2 N_q \tau^{-1}}{c\varepsilon_0 m^* n(\omega)(\omega^2 + \tau^{-2})}$$

# Плазменный минимум отражения в полупроводниках (теория)

В области низких частот  $\omega \ll \tau^{-1}, \omega_p$


$$\varepsilon_1 \approx \varepsilon_\infty - \omega_p^2 \tau^2 = \text{const} \quad , \quad \varepsilon_2 \approx \frac{\omega_p^2 \tau}{\omega} \gg 1 \quad .$$

в случае нормального падения коэффициент отражения дается формулой

$$R = \frac{(n - 1)^2 + \kappa^2}{(n + 1)^2 + \kappa^2}$$

$$n = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} \right)}$$

$$\kappa = \sqrt{\frac{1}{2} \left( -\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} \right)}$$

  $R \approx \frac{n^2 + \kappa^2}{n^2 + \kappa^2} = 1$

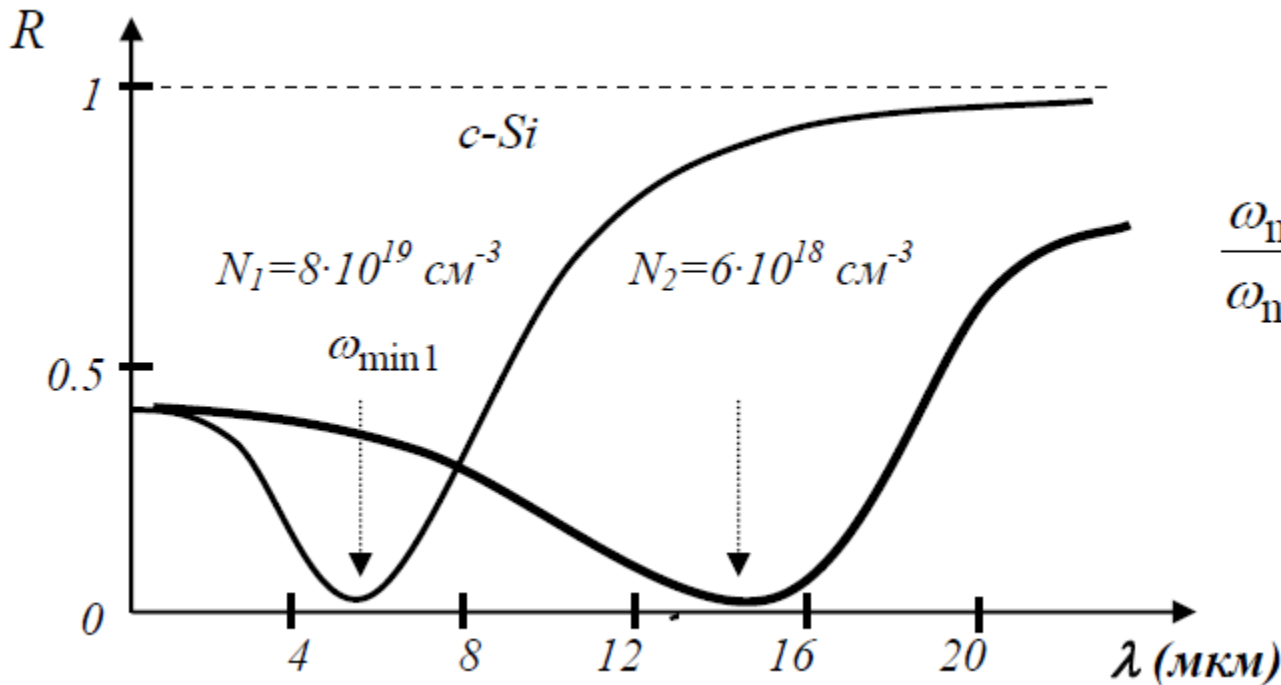
Это, так называемая, область *плазменного отражения*



# Плазменный минимум отражения в полупроводниках (эксперимент)

$$n^2 = \varepsilon_1 + \kappa^2 \approx \varepsilon_1 \approx \varepsilon_\infty - \left( \frac{\omega_p}{\omega_{\min}} \right)^2 = 1$$

$$\omega_{\min} \approx \frac{\omega_p}{\sqrt{\varepsilon_\infty - 1}}$$



$$\frac{\omega_{\min 1}}{\omega_{\min 2}} = \sqrt{\frac{N_1}{N_2}} \approx 3.6$$

# Итоги Лекции 4:

- При поглощения света в полупроводниках вблизи запрещенной зоны возможно появление экситонов, которые являются нейтральными квазичастицами с энергией связи, зависящей от диэлектрической проницаемости среды.
- При увеличении концентрации экситонов возникают экситонные молекулы и другие комплексы. При больших концентрациях экситонов происходит образование ЭДК и ЭДЖ. Переход от газа экситонов к ЭДЖ является фазовым переходом Мотта.
- При наличии примесей энергетический спектр полупроводника изменяется, что отражается на спектре поглощения света .
- Поглощение на свободных носителях заряда в полупроводниках может быть описано как квантовой , так и классической моделями.
- Модель Друде-Лоренца объясняет спектральные зависимости коэффициента поглощения (квадратичную по длине волны)) и отражения света (плазменный минимум) в полупроводниках со свободными носителями заряда.