

# Оптика наносистем



Тимошенко Виктор Юрьевич

---

*Московский Государственный Университет  
им. М. В. Ломоносова, Физический факультет  
Научно-Образовательный Центр по нанотехнологиям*

# Содержание курса

Лекция 1. Основные понятия оптики конденсированных фаз вещества.

Лекция 2. Взаимодействие света с металлами и диэлектриками.

Лекция 3. Поглощение света в полупроводниках.

Лекция 4. Экситонное и примесное поглощение света.

Лекция 5. Эмиссия излучения из твердых тел.

Лекция 6. Оптические явления в неоднородных твердотельных системах.

Лекция 7. Оптические свойства твердотельных нанокompозитов.

Лекция 8. Фотонные кристаллы и микрорезонаторы.

Лекция 9. Рассеяние света в твердых телах.

Лекции 10,11. Влияние размеров тел на их оптические свойства.

Лекции 12-14. Экситоны в полупроводниковых наноструктурах.

Лекция 15. Оптические свойства и применения полупроводниковых наноструктур.

Лекция 16. Элементы спиновой оптики и спинтроники.

**Лекция 17. Нелинейные оптические явления в твердотельных системах.**

Лекция 18. Элементы нелинейной оптики наноструктур и нанокompозитов.

# Лекция 17

## Нелинейные оптические явления в твердотельных системах.

Нелинейная поляризуемость среды. Генерация гармоник, смешение частот и оптическое выпрямление. Правила Клеймана. Генерация второй гармоники «на отражение» и «на прохождение». Фазовый синхронизм. Реализация фазового синхронизма в анизотропных кристаллах и средах с аномальной дисперсией. Вынужденное комбинационное рассеяние света. Особенности вынужденного комбинационного рассеяния света в наноструктурах и волноводах. Рамановский лазер.

# Линейная поляризуемость среды

В линейном приближении поляризация единицы объема вещества пропорциональна напряженности действующего электрического поля в световой волне:

$$\vec{P}^{(1)} = \chi^{(1)} \vec{E}$$

где  $\chi^{(1)}$  – линейная оптическая восприимчивость.

В общем случае – *тензор 2-го ранга*, а компоненты вектора поляризации имеют вид:

$$P_i^{(1)} = \chi_{ij}^{(1)} E_j \quad i, j = x, y, z$$

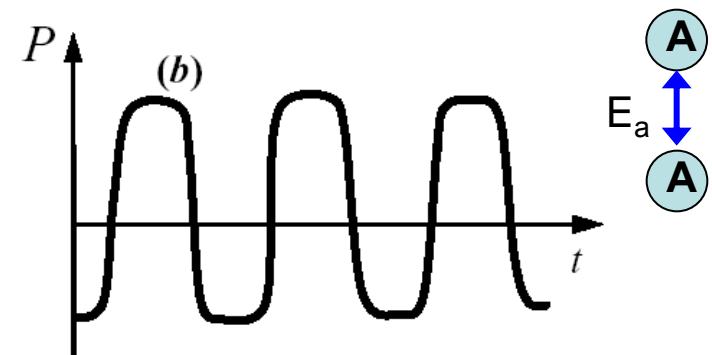
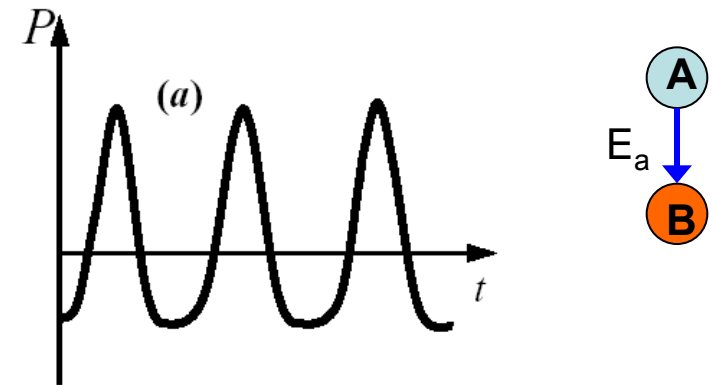
Здесь и далее используется система единиц СГСЕ, т.е.

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}$$

# Поляризуемость сред с различной ионностью связи в сильных световых полях

Напряженность электрического поля внутри атома составляет  $E_a \sim 10^9$  В/см. Поэтому, когда внешнее поле имеет большее значение, то поляризуемость среды насыщается.

Если вещество уже имеет определенную степень ионности связей между атомами (например, в полупроводниковых соединениях  $A^3B^5$ ,  $A^2B^6$  и др.), то поляризация под внешним воздействием насыщается при меньших значениях в направлении уже имеющейся естественной поляризации.



(a) - искажения гармонического отклика в ионных соединениях соответствуют появлению постоянной составляющей (оптическое выпрямление) и генерации второй гармоники (ГВГ). Данный эффект также возникает на поверхности и границах, что делает его важным в наноструктурах и нанокристаллах.

(b) - для ковалентных кристаллов (Ge, Si и др.) зависимость от времени остается симметричной, что соответствует генерации нечетных гармоник.

# Нелинейная поляризуемость среды

В общем случае произвольных световых полей вектор поляризации единицы объема среды может быть записан в виде:

$$\vec{P} = \vec{P}^{(1)} + \vec{P}^{(2)} + \vec{P}^{(3)} + \dots$$

Где величина нелинейная поляризации зависит от нелинейных поляризуемостей :

$$\vec{P}^{NL} = \vec{P}^{(2)} + \vec{P}^{(3)} + \dots = \hat{\chi}^{(2)} : \vec{E}\vec{E} + \hat{\chi}^{(3)} : \vec{E}\vec{E}\vec{E} + \hat{\chi}^{(4)} : \vec{E}\vec{E}\vec{E}\vec{E} + \dots$$

$$P_i^{(2)} = \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k$$

$\hat{\chi}^{(2)}$  - квадратичная поляризуемость

$$P_i^{(3)} = \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l$$

$\hat{\chi}^{(3)}$  - кубичная поляризуемость

$$i, j, k, l = x, y, z$$

Разложение поляризации по степеням напряженности электрического поля:

$$\left| \frac{P^{(n+1)}}{P^{(n)}} \right| \propto \left| \frac{E}{E_a} \right|$$

# Квадратичные нелинейно-оптические эффекты

Нелинейная поляризация среды второго порядка зависит от свойств симметрии среды:

$$\vec{P}_{NL}^{(2)} = \chi^{(2)} \vec{E}\vec{E}$$

Операция инверсии:

$$\chi^{(2)} \rightarrow \chi^{(2)}$$

$$\vec{E} \rightarrow -\vec{E}$$

$$\vec{P} \rightarrow -\vec{P}$$

$$\vec{P}_{NL}^{(2)} = \chi^{(2)} \vec{E}\vec{E} = \chi^{(2)} (-\vec{E})(-\vec{E}) = -\vec{P}_{NL}^{(2)}$$

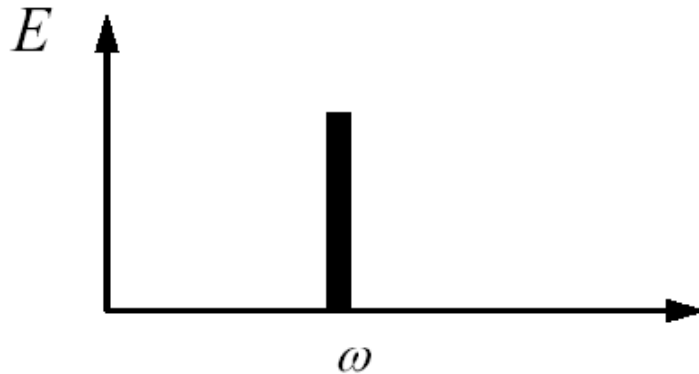
В центросимметричных средах  
(Si, Ge, C-алмаз, аморфные  
вещества, газы и жидкости)

$$\chi^{(2)} = 0$$
$$\chi^{(n)} = 0, n = 2, 4, 6, \dots$$

Для любой среды компоненты тензора обладают взаимосвязью, следующей, что задается так называемыми *правилами Клеймана* :

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega, \omega_1, \omega_2) = \chi_{ikj}^{(2)}(\omega, \omega_2, \omega_1)$$

# Спектры световой волны и квадратичной поляризации нецентросимметричной среды



$$E_x = E \cos(\omega t)$$

$$P_x^{(2)} = \chi_{xxx}^{(2)} E_x E_x$$



$$P_x^{(2)} = \chi_{xxx}^{(2)} E^2 \cos^2(\omega t) = \\ = \frac{1}{2} \chi_{xxx}^{(2)} E^2 [\cos(2\omega t) + 1]$$

0

↑  
Оптическое  
выпрямление

2ω

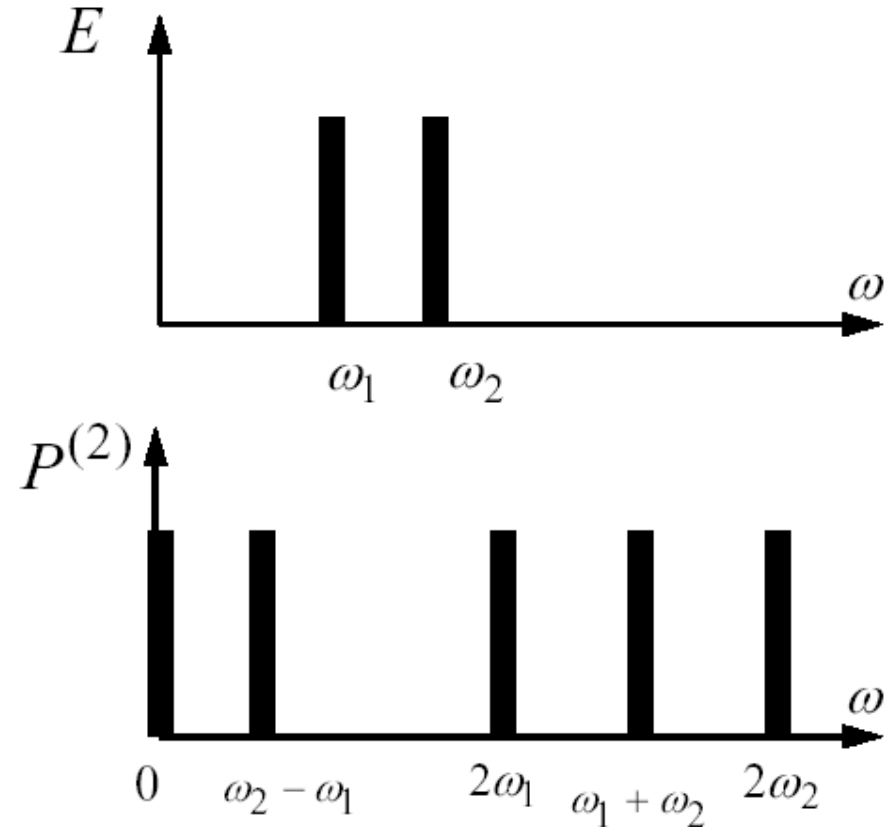
↑  
Генерация второй  
гармоники (ГВГ)



# Спектр частот света и квадратичной поляризации среды при распространении в среде двух волн

$$E_x = E_1 \cos \left[ \omega_1 \left( t - \frac{\tilde{n}_1}{c} z \right) \right]$$

$$E_y = E_2 \cos \left[ \omega_2 \left( t - \frac{\tilde{n}_2}{c} z \right) \right]$$



$$P_x^{(2)} = \chi_{xxy}^{(2)} E_x E_y + \chi_{xxx}^{(2)} E_x^2 + \chi_{xyy}^{(2)} E_y^2 + \chi_{xyx}^{(2)} E_y E_x$$

# Возможные виды нелинейно-оптических явлений

При нелинейности 2-го порядка возможны следующие нелинейно-оптические эффекты:

- генерация второй гармоники (ГВГ):  $\omega = 2\omega_0$
- оптическое выпрямление:  $\omega = \omega_0 - \omega_0 = 0$
- параметрическое смешение частот:  $\omega = \omega_1 \pm \omega_2$
- линейный электрооптический эффект (эффект Поккельса):  
 $\omega = \omega + 0$

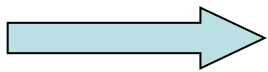
Важными частными случаями нелинейно-оптического отклика 3-го порядка являются:

- генерация третьей гармоники:  $\omega = 3\omega_0$
- параметрическое смешение частот:  $\omega = \omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3$
- самовоздействие, например, самофокусировка:  $\omega = \omega - \omega + \omega$
- квадратичный электрооптический эффект (эффект Керра):  
 $\omega = \omega + 0 + 0$
- двухфотонное поглощение
- комбинационное (Рамановское) рассеяние света

# Уравнения Максвелла в среде с нелинейностью

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{D} = 4\pi\rho \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \vec{B} = \mu\vec{H} \\ \vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} = \\ = \vec{E} + 4\pi\vec{P}^{(1)} + 4\pi\vec{P}^{NL} \end{array}$$

В оптике обычно  
 $\mu = 1, \rho = 0, j = 0$



Волновое уравнение

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2}$$

## Волновое уравнение для ГВГ

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \frac{4\pi}{c} \frac{\partial^2 \vec{P}^{(1)}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c} \frac{\partial^2 \vec{P}^{(2)}}{\partial t^2}$$

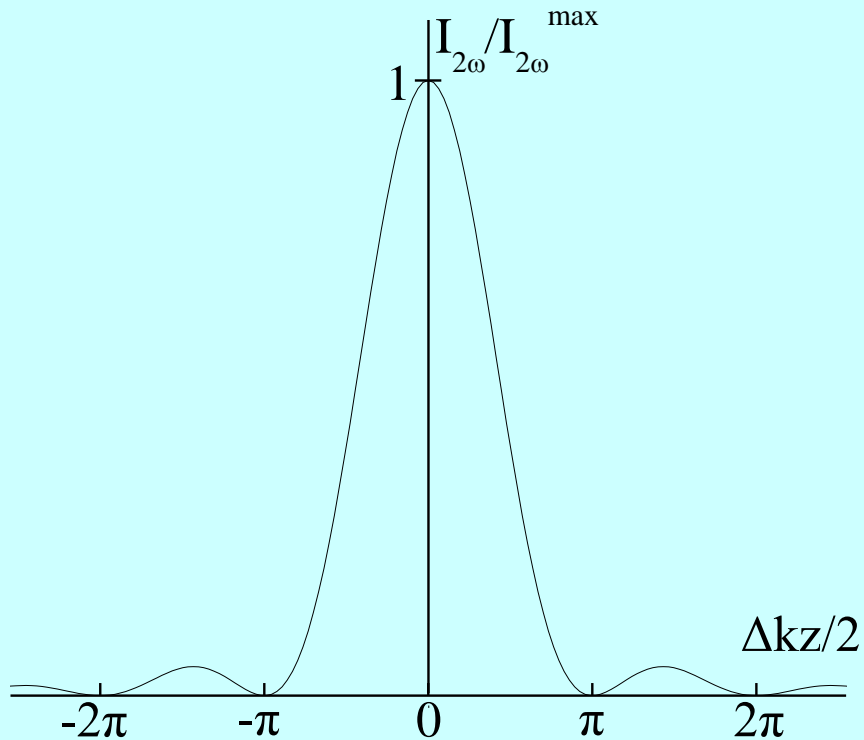
Для нецентросимметричной среды ( $\chi^{(2)} \neq 0$ ) интенсивность ГВГ описывается выражением:

$$I_{2\omega} \propto \frac{|\chi^{(2)} I_{\omega}|^2}{n_{2\omega}^2} \cdot \frac{\sin^2 \frac{\omega(n_{\omega} - n_{2\omega})z}{c}}{\left[ \frac{\omega(n_{\omega} - n_{2\omega})}{c} \right]^2} = \frac{|\chi^{(2)} I_{\omega}|^2}{n_{2\omega}^2} z^2 \operatorname{sinc}^2 \left( \frac{1}{2} \Delta k z \right)$$

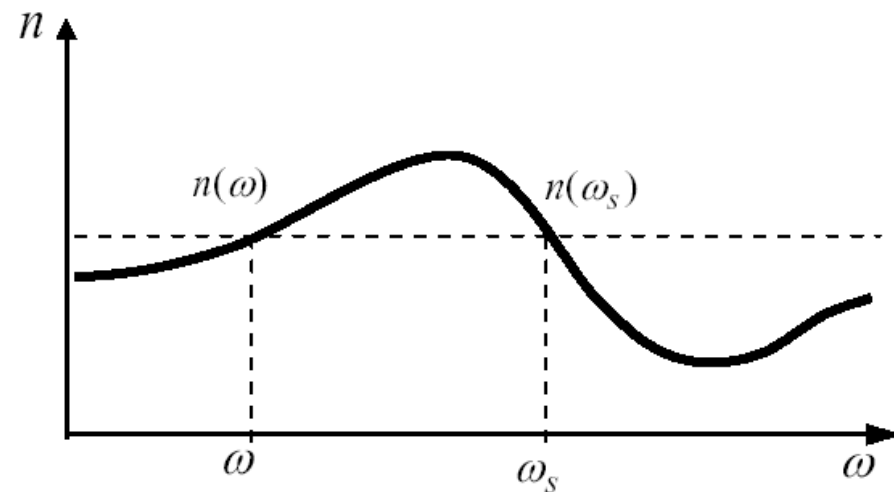
Расстройка волновых векторов:  $\Delta k = k_{2\omega} - k_{\omega} = \frac{2\omega(n_{\omega} - n_{2\omega})}{c}$

# Фазовый синхронизм:

$$\Delta k = 2k_{\omega} - k_{2\omega} = \frac{2\omega}{c} (n_{\omega} - n_{2\omega}) = 0$$



Может реализоваться для сред с аномальной дисперсией:



Или для анизотропных (двулучепреломляющих) сред:

$$n_{2\omega}^e = n_{\omega}^o$$

или

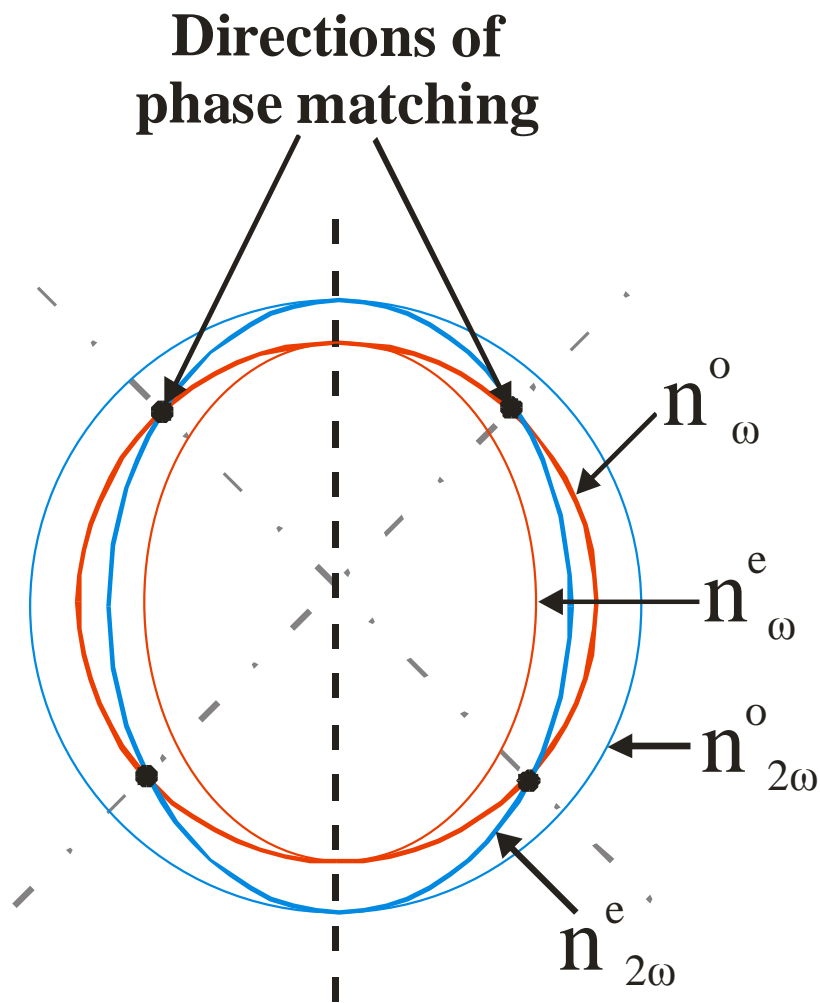
$$n_{2\omega}^e = \frac{1}{2} (n_{\omega}^o + n_{\omega}^e)$$

# Фазовый синхронизм в отрицательном одноосном кристалле

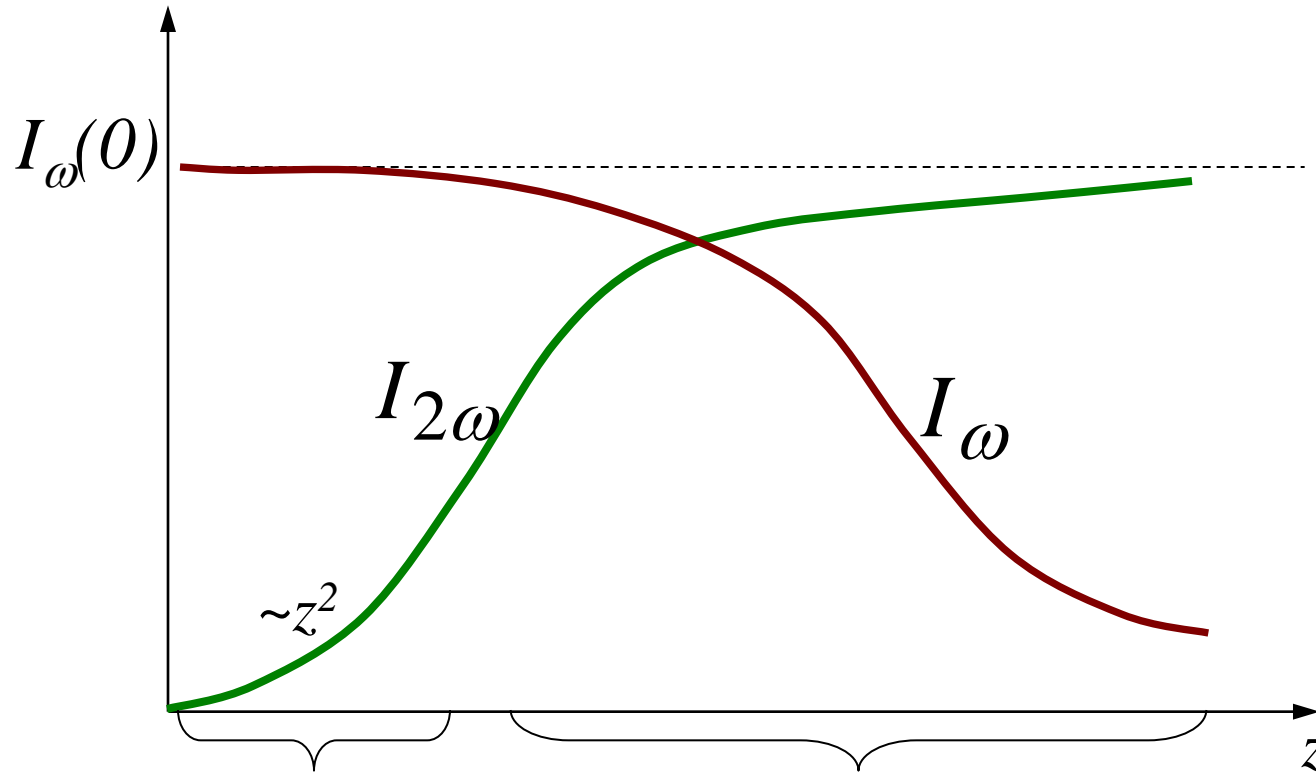
$$\Delta k = 2k_{\omega} - k_{2\omega} = 0$$

$$n_{\omega} - n_{2\omega} = 0$$

$$n_{\omega}^o = n_{2\omega}^e$$



# Перекачка энергии из основной во вторую гармонику в условиях фазового синхронизма



Постоянство  
поля накачки:

Обеднение поля накачки

$$\Delta k = 0, \quad I_\omega = \text{const}$$

$$I_{2\omega} \propto I_\omega^2 |\chi^{(2)}|^2 z^2 \text{sinc}^2\left(\frac{1}{2} \Delta k z\right) \approx I_\omega^2 |\chi^{(2)}|^2 z^2$$

# Вынужденное комбинационное рассеяние света (ВКР)

Описывается кубической нелинейностью на следующих частотах:

$$\chi^{(3)}(\omega_{S,A}; \omega_{S,A}, \omega, -\omega)$$

$$\omega_{S,A} = \omega \mp \Omega$$

В частности, кубическая поляризация на стоксовой частоте имеет следующий вид. Затем в приближении одной существенной компоненты тензора получим:

$$\vec{P}^{(3)}(\omega_S) = \hat{\chi}^{(3)} \vec{E}(\omega_S) \vec{E}(\omega) \vec{E}(-\omega)$$

$$P^{(3)}(\omega_S) \approx \chi^{(3)} E(\omega_S) |E(\omega)|^2$$

Волновое уравнение с нелинейным источником:

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \frac{4\pi}{c} \frac{\partial^2 \vec{P}^{(1)}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c} \frac{\partial^2 \vec{P}^{(3)}}{\partial t^2}$$

Ищем решение в виде:

$$E_S(z, t) = E_S(z) \exp[i\omega_S(t - k_S z)]$$

Для одномерной задачи получим экспоненциальный рост сигнала ВКР:

$$I_S \approx I_S(0) \exp(gz)$$

$$g \propto \text{Im} \chi^{(3)} I_\omega$$

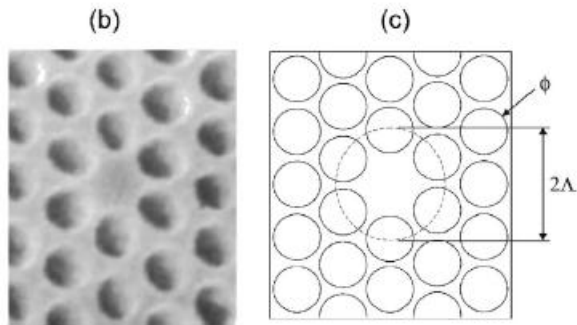
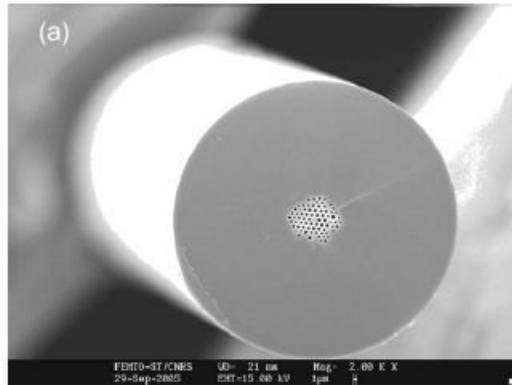
Если  $gz \ll 1 \Rightarrow$  спонтанное КРС:

$$I_S \approx I_S(0)(1 + gz) \approx |\text{Im} \chi^{(3)}| I_\omega$$

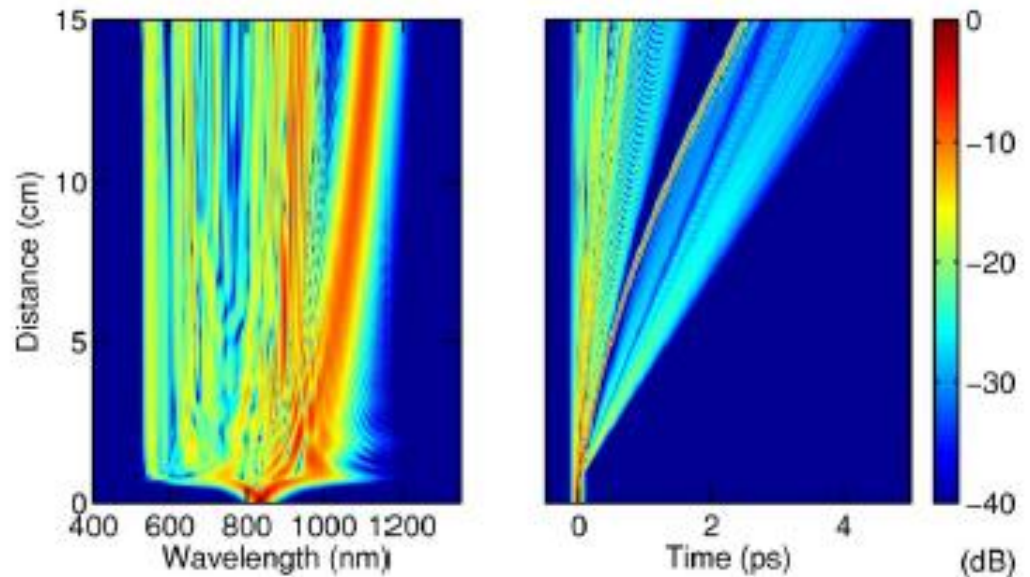
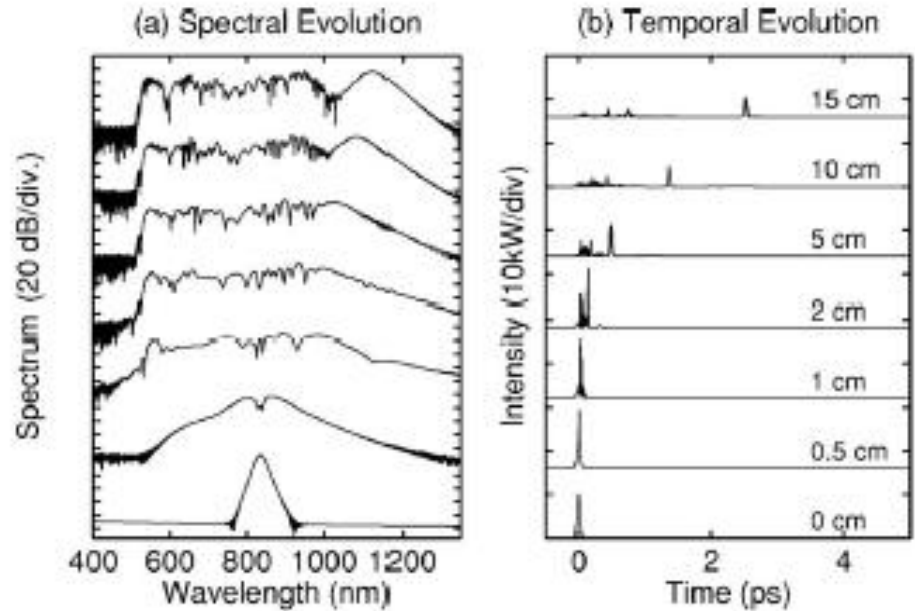


# ВКР в дырчатых волноводах

*J. M. Dudley et al. Rev. Mod. Phys. v. 47 (2006)*



3 мкм



Широкий спектральный диапазон большой кубической нелинейности приводит в результате ВКР к генерации так называемого суперконтинуума

# Лазеры – квантовые генераторы света

**Лазер** (LASER - light amplification by stimulated emission of radiation ) устройство для генерации когерентного электромагнитного излучения оптического диапазона (обычно  $\lambda = 100 \text{ нм} - 100 \text{ мкм}$ ).

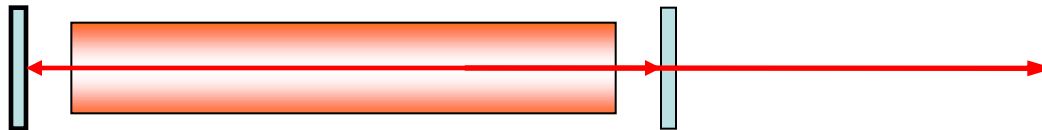
**Мазер** – устройство для генерации когерентного микроволнового излучения. Мазеры были изобретены А.М.Прохоровым, Н.Г.Басовым и Ч.Таунсом (Нобелевская премия 1964 г.).

**Когерентность** (от лат. cohaerens — "находящийся в связи") — скоррелированность (согласованность) нескольких колебательных или волновых процессов во времени, проявляющаяся при их сложении. Колебания когерентны, если их частоты равны, а разность их фаз постоянна во времени.

Лазеры и мазеры – **квантовые приборы**, поскольку используют квантовый **эффект вынужденного оптического излучения**, предложенный А.Эйнштейном.



Лазер = активная оптическая среда + резонатор для излучения.

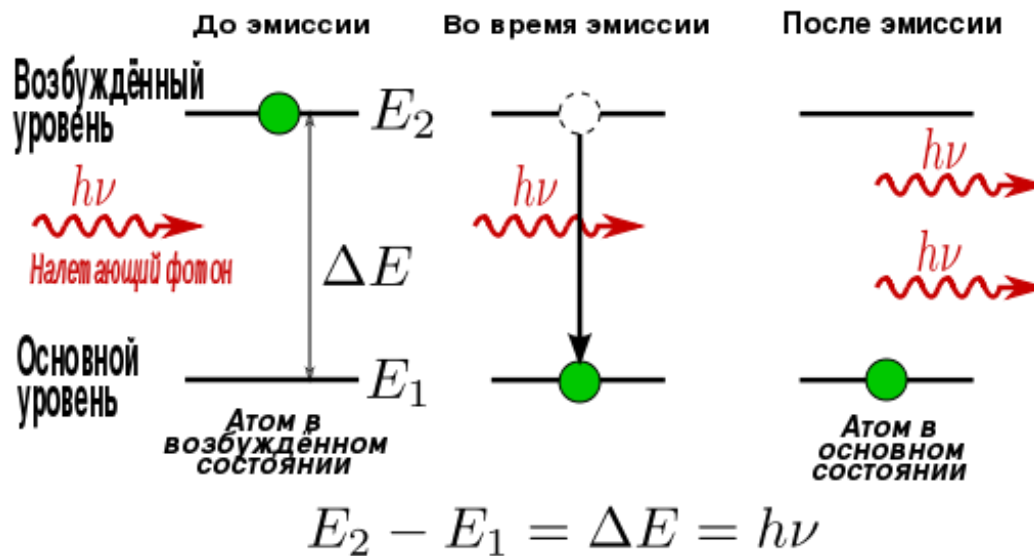


По типу **активных сред** лазеры подразделяются на **газовые** (на полностью или частично ионизованных газах и парах), **твердотельные** (диэлектрические, полупроводниковые), **жидкостные** (химические, лазеры на красителях), **на свободных электронах** и т.п. Известны лазеры на динамической плазме, например, **рентгеновские**  $\lambda \sim 10 \text{ нм}$  (разеры). Разрабатываются  **$\gamma$ -лазеры** (газеры).

# Вынужденное испускание света

**Вынужденное излучение (индуцированное излучение)** — генерация нового фотона при переходе квантовой системы (атома, молекулы и т.п.) из возбуждённого в основное стабильное состояние (низший энергетический уровень) под воздействием индуцирующего фотона, энергия которого равна разности энергий уровней. Созданный фотон имеет те же энергию, импульс, фазу и поляризацию, что и индуцирующий фотон (который при этом не поглощается). Оба фотона являются когерентными.

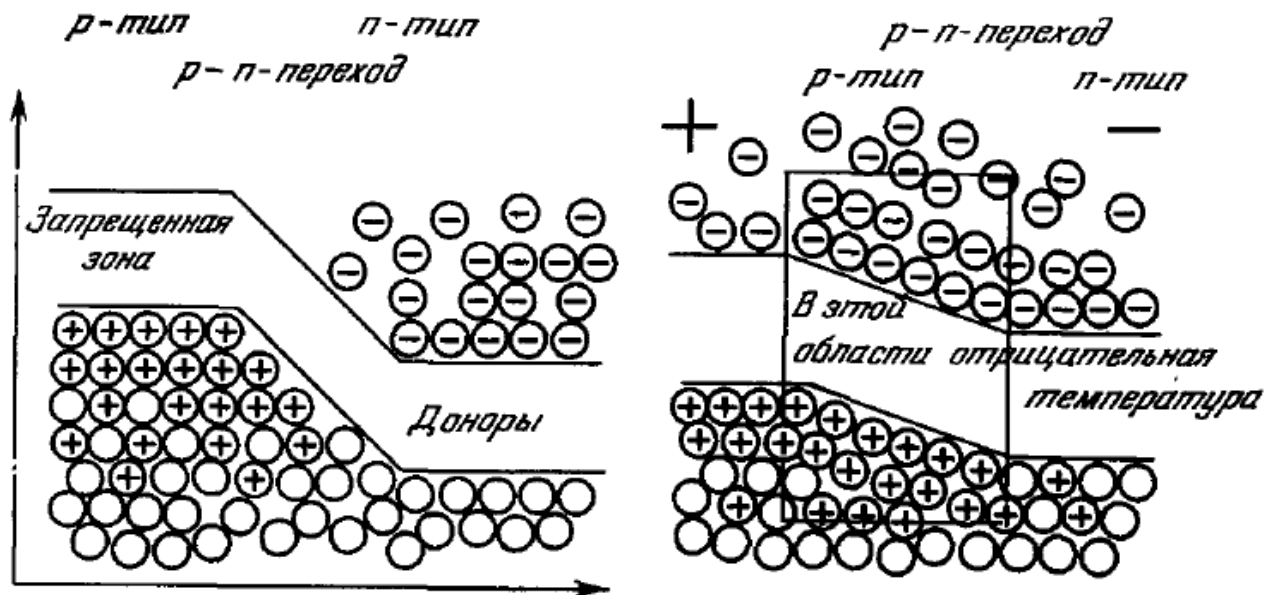
$$E_{\text{фотона}} = h\nu$$



Явление вынужденного испускания света используется в лазерах и оптических усилителях. Для реализации положительного эффекта вынужденного излучения необходима инверсия населенностей состояний в активной среде, т.е. перевод большей части активных центров (атомов, молекул, ионов, электронов и т.п.) в возбужденное (верхнее) состояние. Инверсия населенностей создается возбуждением (накачкой) светом, электрическим током, химической или ядерной реакцией и т.п.

# Методы получения инверсной населенности и лазерной генерации в полупроводниках

- Метод оптической накачки.
- Возбуждение пучком быстрых электронов.
- Инжекция электронов и дырок через р-п переход



# Контрольные вопросы к Лекции 17:

- Что описывает нелинейная поляризуемость среды?
- Возможен ли фазовый синхронизм при генерации оптических гармоник в изотропной среде с нормальной дисперсией?
- Как зависит интенсивность рассеянной волны от интенсивности возбуждающего света при вынужденном комбинационном рассеянии?
- Чем рамановский лазер отличается от обычного лазера (мазера)?